Konferencija "Tesla u Zagrebu" 9. srpnja 2016.

Tesla & Friends

Hercijanski i nehercijanski valovi i EM vrtlozi

Hertzian and Non-Hertzian waves and EM vortexes

Dr. sc. Ivan Šimatović, dipl. ing. el.
neovisan istraživač, Hrvatska
ivan.simatovic.home@hotmail.com

Posvećujem liku i epohalnom otkrivačkom opusu Nikole Tesle prigodom jubilarne 160. obljetnice njegova rođenja (1856. - 2016.) te

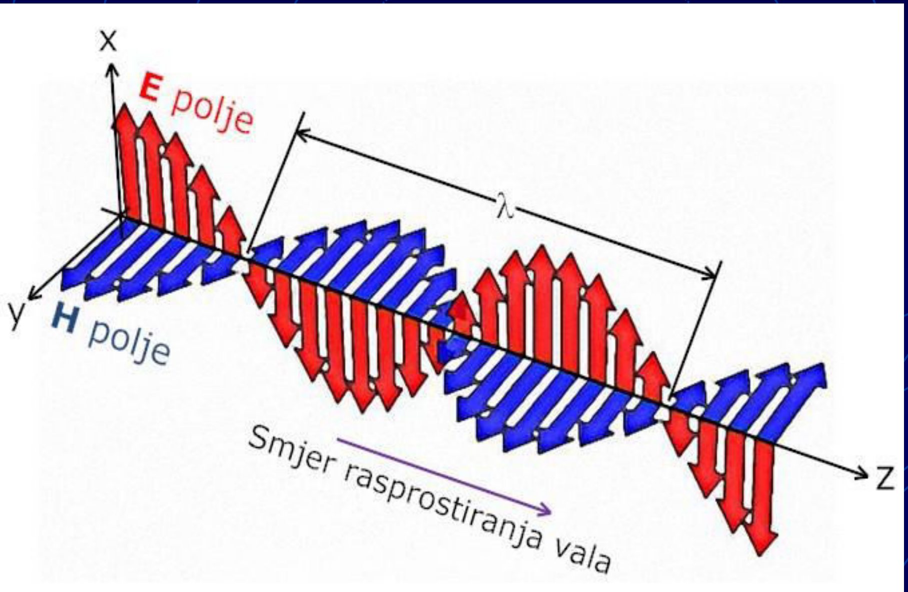
Jubilarnoj 150. obljetnici objave Maxwellovih jednadžbi elektrodinamike (1865. - 2015.)

Sancta simplicita

(*Sveta jednostavnost*)

Linearno polariziran transverzalno-vektorski EM val

Ravan linearno polariziran harmonijski transverzalno-vektorski EM val

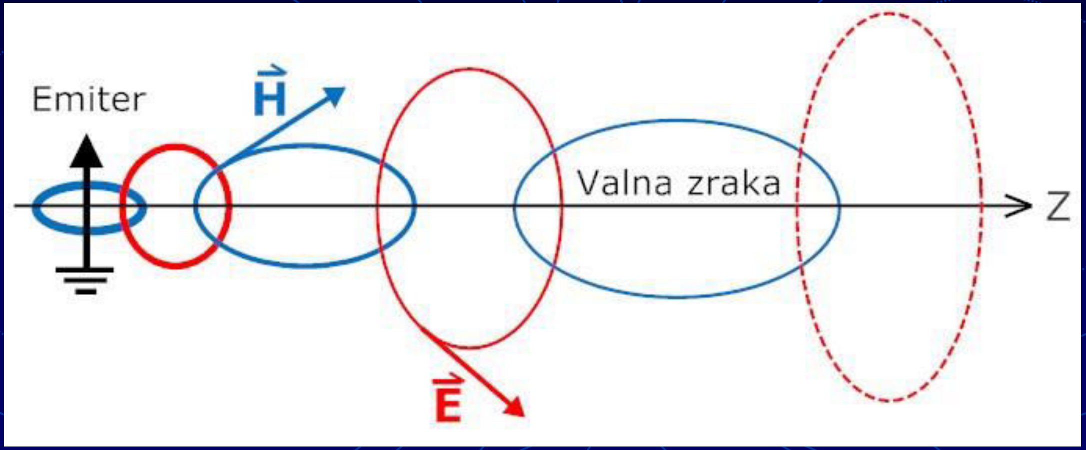


EM val predstavlja samostalno rasprostiranje praznim prostorom, ili medijem, brzih periodičkih vremenskih promjena uzajamno povezanih vrtložnih **E** i **H** polja. Karakteriziraju ga:

- amplitude jakosti EM polja E_M i H_M
- frekvencija f i valna duljina λ te
- fazna brzina rasprostiranja c_0.

Ravan linearno polariziran harmonijski transverzalno-vektorski EM val (TVEM val) sastoji se od dva uzajamno okomita sinkrona poprečna titranja vektora jakosti polja **E** i **H** kontinuirano raspodijeljenih duž valne zrake (Z osi). Zbog sinkronog istofaznog titranja E i H polja između njih nema razmjene energije! Postoji samo tok energije duž valne zrake.

Ulančene silnice vrtložnog E i H polja linearno polariziranog TVEM vala



Električno polje E i magnetsko polje H linearno polariziranog TVEM vala podalje od emitera, u zoni stabiliziranog valnog otpora $z_0 = 120 \cdot \pi = 377\,\Omega$, su uzajamno ulančena bezizvorna vrtložna (*solenoidalna*) dinamička polja. Stoga su silnice E i H polja TVEM vala posvuda zatvorene dinamičke krivulje (*petlje*) koje leže u dvjema međusobno okomitim ravninama polarizacije – električnoj i magnetskoj.

Njihovo presjecište određuje valnu zraku (Z os) duž koje se faznom brzinom svjetlosti pravocrtno širi linearno polariziran TVEM val.

Diferencijalne jednadžbe silnica dinamičkih **E** i **H** polja

Faradayeve silnice dinamičkih EM polja su zamišljene prostorne ili ravninske krivulje koje se nigdje ne sijeku i u svakoj točki prostora su u svakom trenutku t međusobno okomite. Na njima ih u točki T(x,y,z), kao hvatištu, tangira samo jedan pripadni vektor jakosti polja (**E** ili **H**).

Diferencijalne jednadžbe silnica dinamičkih EM polja u Kartezijevim pravokutnim koordinatama općenito jesu:

$$\frac{dx}{E_x\left(x,y,z,t\right)}=\frac{dy}{E_y\left(x,y,z,t\right)}=\frac{dz}{E_z\left(x,y,z,t\right)}$$

$$\frac{dx}{H_x\left(x,y,z,t\right)}=\frac{dy}{H_y\left(x,y,z,t\right)}=\frac{dz}{H_z\left(x,y,z,t\right)}$$

Veličine u nazivnicima su skalarne komponente vektora jakosti polja **E** i **H** u točki T(x, y, z). One su neprekinute diferencijabilne funkcije triju nezavisnih prostornih varijabli x, y, z i vremena t.

Matematički prikaz vektora E i H polja ravnog putujućeg TVEM vala

Matematički izrazi koji u izotropnom praznom prostoru, podalje od izvora, opisuju tijekom vremena duž valne zrake sinkrono titrajuće te posvuda međusobno okomite poprečne vektore jakosti polja **E** i **H** ravnog linearno polariziranog (*hercijanskog*) neprigušenog harmonijskog putujućeg TVEM vala jesu:

$$\vec{\mathbf{E}} = E_x\left(z,t\right)\cdot\vec{\mathbf{i}} = E_M\cdot\sin\left(\omega\cdot t - k_0\cdot z\right)\cdot\vec{\mathbf{i}} \quad , \quad E_y = E_z = 0$$

$$\vec{\mathbf{H}} = H_y\left(z,t\right)\cdot\vec{\mathbf{j}} = H_M\cdot\sin\left(\omega\cdot t - k_0\cdot z\right)\cdot\vec{\mathbf{j}} \quad , \quad H_x = H_z = 0$$

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{2\pi}{c_0\cdot T} = \frac{2\pi\cdot f}{c_0} = \frac{\omega}{c_0} \quad - \quad \text{vakuumski valni broj}$$

U ravnom putujućem TVEM valu poremećaji EM polja samostalno se kontinuirano prenose duž valne zrake s jednog mjesta na drugo sinkronim titranjem vektora jakosti EM polja.

Poyntingov vektor gustoće toka energije TVEM vala

Poyntingov vektor **P** gustoće toka energije harmonijskog putujućeg ravnog linearno polariziranog TVEM vala u promatranoj točki T(z) valne zrake određen je vektorskim umnoškom vektora trenutnih jakosti EM polja. U Kartezijevom pravokutnom sustavu on iznosi:

$$\vec{\mathbf{P}}(z,t)=\vec{\mathbf{E}}\times\vec{\mathbf{H}}=\left[E_M\cdot\sin(\omega\cdot t-k\cdot z)\right]\cdot\vec{\mathbf{i}}\times\left[H_M\cdot\sin(\omega\cdot t-k\cdot z)\right]\cdot\vec{\mathbf{j}}$$

$$\vec{\mathbf{P}}(z,t)=\frac{E_M\cdot H_M}{2}\cdot\left\{1-\cos\left[2\cdot(\omega\cdot t-k\cdot z)\right]\right\}\cdot\underbrace{\vec{\mathbf{k}}}_{\vec{\mathbf{i}}\times\vec{\mathbf{j}}}\quad\left[\frac{W}{m^2}\right]$$

Poyntingov vektor za harmonijski TVEM val podudara se sa smjerom širenja vala i pulsirajuće (*jednosmjerno*) titra dvostrukom frekvencijom ($\omega_P=2\cdot\omega$)!

Osnovna svojstva TVEM valova

- Prema Faraday-Maxwellovoj teoriji elektromagnetizma i sustavu parcijalnih diferencijalnih jednadžbi dinamičkih EM polja postoje samo dvodimenzionalno titrajući TVEM valovi.
- 1888. godine eksperimentalno ih je dokazao 300 MHz-nim VN oscilatorom entuzijastičan mladi njemački fizičar **Heinrich Rudolf Hertz**, ali ih je držao beskorisnima. Njihova moguća primjena bila mu je upitna i posve nezanimljiva. Zadovoljio se samo time da je uspio vjerodostojno dokazati njihovo postojanje i time potvrditi ispravnost Maxwellovih jednadžbi elektrodinamike.
- TVEM valovi rasprostiru se praznim prostorom faznom brzinom svjetlosti c_0 koja se drži gornjom graničnom brzinom u svemiru
- sferni TVEM valovi izrazito su disipativni jer im jakost EM polja opada obrnuto proporcionalno kvadratu udaljenosti od emitera
- TVEM valovi mogu se prigušiti vodljivim metalnim preprekama (*Faradayev kavez*) ili širenjem u vodljivom sredstvu.

Je li za rasprostiranje TVEM valova neophodan medij?

Prvim Michelsonovim sofisticiranim interferometrijskim mjerenjem načinjenim 1881. godine te 1887. godine ponovljenom serijom unaprijeđenih Michelson-Morleyevih mjerenja utvrđeno je da se Zemlja ne giba prema luminiferoznom (*svjetlosnom*) eteru – hipotetskoj nepokretnoj, savršeno finoj i fluidnoj te nedetektabilnoj tvari koja ispunjava čitav prostor i ne pruža otpor gibanju tijela.

Tada se pretpostavljalo (*spekulativno postuliralo*) da se eter vlada kao nedisipativan krut elastičan medij kojim se rasprostiru sinkroni visokofrekventni titraji E i H polja TVEM valova, što je teško spojivo s polaznom pretpostavkom o savršenoj fluidnosti etera!

Temeljem rezultata tih mjerenja i brojnih žestokih rasprava fizičari znanstvene središnjice su **konsenzusom zaključili** da famozni **luminiferozni eter**, kakvim ga se dotad zamišljalo, **ne postoji** jer nije moglo biti ustanovljeno relativno gibanje Zemlje prema njemu.

Posljedice rezulatata Michelson--Morleyevih mjerenja u fizici

Na temelju ishoda upitno koncipiranih i višekratno ponovljenih Michelson-Morleyevih interferometrijskih mjerenja brzina svjetlosti:

- u fizici se oficijelno drži da se, zbog nepostojanja etera, TVEM valovi **samostalno šire praznim prostorom**, **bez interakcije s njime**, sinkronim dvodimenzionalnim poprečnim titranjem međusobno okomitih i ulančenih vrtložnih dinamičkih E i H polja (*rolling waves*)
- **Albert Einstein** je 1905. godine postulirao da je vakuumska fazna brzina svjetlosti c_0 najveća moguća brzina u svemiru i jednaka je u svim inercijskim referentnim sustavima (*drugi aksiom STR-a*).

Zbog odbacivanja, kao nepotrebne, **hipoteze o postojanju luminiferoznog etera** – medija kojim se rasprostiru titraji TVEM valova otpala je mogućnost postojanja longitudinalnih EM valova čije bi vektori E polja uzdužno titrali. Za takvo titranje je, kako drže fizičari, neophodan elastičan medij. No, je li to doista tako – pravo je pitanje?!

Upitnost zaključka o nemogućnosti uzdužnog titranja EM vala

Zaključak da "zbog nepostojanja etera nije moguće uzdužno titranje u EM valu" doima se ishitrenim i ne djeluje uvjerljivo. Ako TVEM val, zahvaljujući svojoj konstelaciji EM polja, može samostalno poprečno titrati bez etera onda je u NEM valu, uz odgovarajuću konstelaciju EM polja, isto tako moguće i njegovo uzdužno, a time i tangencijalno, titranje bez etera.

Za uzdužno i tangencijalno titranje EM polja u NEM valu nije bitno postoji li eter, ili ne postoji, **već je presudno imaju li električno i magnetsko polje vala konstelaciju koja takvo složeno titranje podržava**. U protivnom ni postojanje najsofisticiranijeg etera nije od koristi!

Konstelacije EM polja koje podržavaju uzdužno, a time i prateće tangencijalno titranje u NEM valu jesu: brza postranična rotacija i torzijsko titranje poprečnih komponenti vektora jakosti EM polja oko valne zrake.

Brza postranična kinetika poprečnih vektora EM polja unutar valne fronte neminovno inducira uzdužne komponente (*implikacija*)! Taj ključan aspekt, koji pruža dalekosežne mogućnosti, je vjerojatno promakao fizici!

Teslina koncepcija etera i njegovi pogledi na rasprostiranje EM valova

Za razliku od tadašnjih fizičara – pripadnika znanstvene središnjice – koji su, kao nepotrebnu, odbacili hipotezu o postojanju luminiferoznog etera, **Nikola Tesla** je, kao dubokouman neovisan otkrivač, i dalje ostao **nepokolebljivo uvjeren u njegovo postojanje**.

Tesla je držao da svjetlost i radiovalovi nisu ništa drugo do li **uzdužni poremećaji etera** koji predstavljaju njegovo naizmjenično zgušćivanje (*kompresiju*) i razrjeđivanje (*ekspanziju*) zbog titranja EM polja. Po njegovom shvaćanju **svi EM valovi su zapravo longitudinalni *"električni zvučni valovi"* različitih frekvencija koji se šire eterom**.

Tesla je pretpostavljao da je eter suptilan plinovit vrtložan entitet ekstremno male gustoće (oko $2 \cdot 10^{-26}$ g/cm^3), koji ispunjava sav prostor te je obilato nabijen energijom. Tu hipotetsku, krajnje tajnovitu i latentno posvuda dostupnu neiscrpnu pozadinsku energiju etera su istraživači i ezoteričari krajem XIX. i početkom XX. stoljeća običavali nazivati *"energijom X"* (*X – uobičajena oznaka za nepoznanicu u matematici*).

*Svaka stvar zastari nakon
što je dostigla vrhunac.*

Lao Ce

Što upućuje na postojanje nehercijanskih valova i EM vrtloga?

Nikola Tesla otkriva stacionarne longitudinalne električne valove!

Nikola Tesla je u Coloradu Springsu 1899/1900. godine svojim spektakularnim visokonaponskim istraživačkim eksperimentima moćnim pojačavajućim rezonancijskim transformatorom/predajnikom, kojim je proizvodio ekstremno visoke napone od desetak MV, otkrio postojanje dotad fizici nepoznatih te za nju još uvijek spornih **stacionarnih longitudinalnih električnih** (SLE) valova na površini tla koji su se protezali desecima km.

Osebujni SLE valovi se, zbog uzdužnog titranja električnog polja, **bitno razlikuju** od TVEM valova. Tesla ih je zato nazvao **nehercijanskim valovima**. Utvrdio je da se bez prigušenja mogu širiti na ogromne udaljenosti, a jakost polja može im se i znatno pojačavati s udaljenošću od emitera!?

Fascinantno i teško pojmljivo spontano pojačanje jakosti polja SLE valova bilo je Tesli posve logično. On je, naime, još u djetinjstvu bio zadivljen ogromnom snagom velike brzo rastuće kuglaste nakupine snijega koja se formira kotrljanjem nizbrdo bačene malene početne grude snijega.

Teslini SLE valovi prkose klasičnoj elektrodinamici!

Nešto je trulo u državi Danskoj. – iz Hamleta

Teslini SLE valovi s uzdužno titrajućim **E** poljem nisu se nikako mogli uklopiti u tada već matematički strogo razrađenu, eksperimentalno izvrsno verificiranu te stoga opće prihvaćenu klasičnu elektrodinamiku – neupitni vrhunac i perjanicu tadašnje teorijske fizike.

Oni nisu mogli naći svoje mjesto u okviru mogućih rješenja sustava Maxwellovih jednadžbi zbog stava fizičara prema kojem, radi nepostojanja etera, nije moguće uzdužno titranje električnog polja EM vala. U SLE valu ono titra uzdužno jer ga podržava promjena u vremenu pratećeg tangencijalnog magnetskog polja fazno pomaknutog za $\pi/2$!

Umjesto da se kritički preispita zašto se osebujni Teslini SLE valovi ne uklapaju u strogo zacrtane te očito odveć skučene okvire klasične elektrodinamike počelo ih se ignorirati, gurati *"pod tepih"*, ili u pseudoznanost, što otada neprekidno traje sve do danas!

Jesu li mogući funkcionalno drukčiji EM valovi i polja?

Unatoč oficijelnom i danas mnogim istraživačima sve upitnijem stavu fizike da **ne postoji** luminiferozni eter, što ima za posljedicu da **ne mogu postojati longitudinalni EM valovi**, tijekom više od jednog stoljeća nije zamrla hipoteza da, uz funkcionalno relativno jednostavan TVEM val, zasigurno postoje, osim Teslinog SLE vala, i funkcionalno drukčije vrste EM valova u kojima njihovo električno i magnetsko polje **mogu titrati na složeniji način u potpunom skladu** s temeljnim zakonima elektrodinamike po kojima **ukupna brzina promjene u vremenu** jednog polja inducira (*mijenja*) u prostoru oko sebe drugo polje.

Za fiziku još sporni nehercijanski (NEM) **valovi** zasigurno imaju, zbog znatno složenijeg funkcioniranja, bitno drukčija svojstva od dvodimenzionalno titrajućih TVEM valova.

Stoga bi oni mogli imati niz zanimljivih mogućnosti primjene u raznim područjima. Na to jasno upućuju recentna opsežna istraživanja raznovrsnih učinaka polja velikih šupljih dielektričnih piramida u Rusiji.

Jesu li mogući funkcionalno drukčiji EM valovi i polja?

Iskustvena uporišta koja podržavaju utemeljenost pretpostavki o postojanju NEM valova i osebujnih multifrekventnih EM vrtloga jesu:

- **fenomen telepatije** na koji nema utjecaja niti oklapanje Faradayevim kavezom niti enormno velika udaljenost,
- **osebujno mirujuće multifrekventno vrtložno EM polje** koje se spontano uspostavlja i trajno djeluje unutar pravilno pozicioniranih dielektričnih piramida i stožaca te neprekidno emitira naviše i naniže, duž njihove dielektrične osi, NEM valove velike prodornosti,
- veoma prodorne stacionarne multifrekventne **globalne mreže geopatogenog zračenja** (GPZ-a) koje nesmetano zadiru u naše životne i radne prostore i ne mogu se prigušiti tehnikama oklapanja te
- egzotične i znanstveno još slabo istražene kuglaste munje koje predstavljaju snažne i prostorno vrlo ograničene EM vrtloge.

Ne smije se reći: "Ovo je gore nego ono", jer sve je dobro u pravi čas.

Knjiga Sirahova 39:34

Diferencijalne jednadžbe Maxwellove elektrodinamike u tri verzije

Izvorne Maxwellove jednadžbe EM polja

$e+\frac{df}{dx}+\frac{dg}{dy}+\frac{dh}{dz}=0$	(1)	Gauss' Law
$\mu\alpha=\frac{dH}{dy}-\frac{dG}{dz}$ $\mu\beta=\frac{dF}{dz}-\frac{dH}{dx}$ $\mu\gamma=\frac{dG}{dx}-\frac{dF}{dy}$	(2)	Equivalent to Gauss' Law for magnetism
$P=\mu\left(\gamma\frac{dy}{dt}-\beta\frac{dz}{dt}\right)-\frac{dF}{dt}-\frac{d\Psi}{dz}$ $Q=\mu\left(\alpha\frac{dz}{dt}-\gamma\frac{dx}{dt}\right)-\frac{dG}{dt}-\frac{d\Psi}{dy}$ $R=\mu\left(\beta\frac{dx}{dt}-\alpha\frac{dy}{dt}\right)-\frac{dH}{dt}-\frac{d\Psi}{dz}$	(3)	Faraday's Law (with the Lorentz Force and Poisson's Law)
$\frac{d\gamma}{dy}-\frac{d\beta}{dz}=4\pi p'$ $\quad p'=p+\frac{df}{dt}$ $\frac{d\alpha}{dz}-\frac{d\gamma}{dx}=4\pi q'$ $\quad q'=q+\frac{dg}{dt}$ $\frac{d\beta}{dx}-\frac{d\alpha}{dy}=4\pi r'$ $\quad r'=r+\frac{dh}{dt}$	(4)	Ampère-Maxwell Law
$P=-\xi p \quad Q=-\xi q \quad R=-\xi r$		Ohm's Law
$P=kf \quad Q=kg \quad R=kh$		The electric elasticity equation (**E** = **D**/ε)
$\frac{de}{dt}+\frac{dp}{dx}+\frac{dq}{dy}+\frac{dr}{dz}=0$		Continuity of charge

Slavni škotski fizičar **James Clerk Maxwell** objavio je 1865. godine svoju slavnu potpunu teoriju elektromagnetizma, **baziranu na pretpostavci o postojanju etera**, kojom je dovršio i cjelovito objasnio sve Faradayeve empirijske zakonitosti na području elektromagnetizma.

U njoj je Maxwell egzaktno povezao sve do tada znane električne i magnetske pojave i formulirao ih je u strogom matematičkom obliku.

Njega čini znameniti sustav od **20 skalarnih jednadžbi**. One egzaktno utjelovljuju i savršeno opisuju temeljne zakone Faradayeve teorije elektromagnetizma.

Maxwell je preformulirao prvotni sustav jednadžbi EM polja uvođenjem verzora

Maxwell je 1873. godine preformulirao svoj prvotni sustav od 20 egzaktnih jednadžbi dinamičkih EM polja iz 1865. godine napisanih u glomaznom, nezgrapnom i teško preglednom skalarnom obliku.

Da bi ih sažeo te učinio preglednijima i razumljivijima u njih je za sve EM veličine, kao bitno matematičko unapređenje, uveo **verzore** iskazane **kvaternionima** – Hamiltonovim hiperkompleksnim četveročlanim brojevima.

Maxwell je držao da su verzori jakosti EM polja, naboja, struja, potencijala itd. najprikladniji matematički alat, baziran na sofisticiranoj kvaternionskoj algebri, za njihovu vjerodostojnu interpretaciju i analizu.

Verzorima se, naime, mogla elegantno iskazivati pozicija i rotacija EM veličina u prostoru ali su oni, zbog svoje složene građe, tada veoma otežavali izuzetno zahtjevno i tegobno numeričko rješavanje diferencijalnih jednadžbi EM polja na papiru s olovkom u ruci.

Maxwellove jednadžbe iskazane u preglednijem verzorskom obliku

- Maxwell's equations in quaterionic form (Treatise, 2nd edition, 1881, Vol. II, p. 239–240; S = scalar and V vector part of quaternion) $\mathfrak{G}$ = velocity, ψ, Ω = scalar el./mg. pot., eq. numbers 1st column from 1865, 2nd one from 1881

(B_1) (A)	$\mathfrak{B} = V\nabla\mathfrak{A}$	$(S\nabla\mathfrak{A} = 0 \;\Rightarrow\; \mathfrak{B} = \nabla\mathfrak{A})$	eq. of mg. induction
(D) (B)	$\mathfrak{E} = V\mathfrak{G}\mathfrak{B} - \dot{\mathfrak{A}} - \nabla\psi$		eq. of el.*motive* force
(C)	$\mathfrak{F} = V\mathfrak{C}\mathfrak{B} - e\nabla\psi - m\nabla\Omega$		eq. of el.magn. force
(D)	$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}$		eq. of magnetization
(C) (E)	$4\pi\mathfrak{C} = V\nabla\mathfrak{H}$		eq. of el. currents
(F) [G]	$\mathfrak{K} = C\mathfrak{E}$		eq. of conductiv. (Ohm)
(E) [F]	$\mathfrak{D} = \frac{1}{4\pi}K\mathfrak{E}$		eq. of el. displacement
(A) [H]	$\mathfrak{C} = \mathfrak{K} + \dot{\mathfrak{D}}$		eq. of true currents
(B_2) [L]	$\mathfrak{B} = \mu\mathfrak{H}$		eq. of ind. magnetiz.
(G) [J]	$e = S\nabla\mathfrak{D}$		[Coulomb-Gauss law]
	$m = S\nabla\mathfrak{J}$		
	$\mathfrak{H} = -\nabla\Omega$		

Što su kvaternioni?

Kvaternioni su četveročlani hiperkompleksni brojevi. Uz realni dio (*skalar*) oni sadrže i tročlani imaginarni dio (*3D vektor*). Opći oblik kvaterniona u algebarskom obliku je:

$$\mathbf{q} = a + b\cdot\mathbf{i} + c\cdot\mathbf{j} + d\cdot\mathbf{k}$$

U njemu su a, b, c, d realni brojevi, a $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ su tri međusobno okomite imaginarne jedinice ($\sqrt{-1}$) za koje vrijedi:

$$\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{i}\cdot\mathbf{j}\cdot\mathbf{k} = -1.$$

U preformuliranim jednadžbama EM polja iz 1873. godine Maxwell je definirao sve vektorske veličine kao verzore iskazane kvaternionima bez realnog dijela ($a = 0$, $b\cdot\mathbf{i} + c\cdot\mathbf{j} + d\cdot\mathbf{k} \neq \mathbf{0}$), a sve skalarne veličine (*naboje*, *potencijale, struje itd.*) kvaternionima bez imaginarnog dijela ($a \neq 0$, $b = c = d = 0$).

Prednosti kvaternionske algebre

Kvaternionska algebra, u odnosu na od nje znatno jednostavniju vektorsku algebru, ima sljedeće prednosti:

- lakše se izvodi množenje i rotacija verzora u prostoru jer se te računske operacije zasnivaju na znamenitoj Eulerovoj formuli

$$e^{\mathbf{i}\varphi} = \cos\varphi + \mathbf{i}\cdot\sin\varphi$$

- definiran je inverzni kvaternion $\mathbf{q}^{-1}$ što omogućuje dijeljenje kvaterniona $\mathbf{p}$ i $\mathbf{q}$ (*lijevi ili desni produkt kvaterniona* $\mathbf{p}$ *s inverznim kvaternionom* $\mathbf{q}^{-1}$ $\rightarrow$ ($\mathbf{q}^{-1}\cdot\mathbf{p}$ ili $\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}^{-1}$).

Suvremena računala i napredni algoritmi omogućuju veoma brzo računanje verzora EM polja iskazanih kvaternionima pa bi stog aspekta valjalo preispitati opravdanost povrataka na, silom prilika, odveć olako napuštene Maxwellove verzorske jednadžbe koje je skupina tadašnjih utjecajnih fizičara preoblikovala u vektorske.

Heavisideova vektorizacija Maxwellovih verzorskih jednadžbi

Nakon što je Maxwell svoj prvotni sustav od 20 skalarnih jednadžbi EM polja preformulirao uvođenjem verzora EM veličina iskazanim kvaternionima, i time ih je sažeo u znatno pregledniji, elegantniji te mnogo lakše shvatljiv oblik, oštrouman britanski fizičar i samouki matematičar Oliver Heaviside je, uz svesrdnu podršku H. Hertza, W. Gibbsa i ostalih pragmatički orijentiranih fizičara, ubrzo počeo insistirati na zamjeni verzora EM veličina intuitivnijim, strukturno jednostavnijim te stoga lakše razumljivijim 3D vektorima i skalarima.

Prema njihovom mišljenju oni su mnogo podesniji i dovoljno točni za veoma zahtjevne i složene proračune u tadašnjoj naglo uznapredovanoj elektrofizici i posebice primijenjenoj elektrofizici – preteči elektroinženjerstva – od Maxwellovih sofisticiranih verzora.

Heavisideova vektorizacija Maxwellovih verzorskih jednadžbi

Pragmatičan i dosjetljiv Oliver Heaviside, orijentiran pretežito na elektrotehniku, izbacio je iz verzora vektorskih veličina njihov nulti skalarni član, a njihov tročlani kompleksni dio nadomjestio je 3D vektorima čije se skalarne komponente iskazuju uzajamno neovisnim varijablama x, y, z, t. Iz verzora skalarnih veličina izbacio je njihov nulti kompleksni dio i time ih je pretvorio u skalarne veličine.

To je uradio kao nužno pojednostavnjenje prilagođeno što efikasnijem računanju u tadašnjim naglo naraslim elektrotehničkim potrebama koje nisu zahtijevale ni matematičku eleganciju ni perfekciju, već što veću jednostavnost, preglednost i brzinu proračuna.

S tog gledišta je **Heavisideova samovoljna preformulacija** strukturno veoma složenog sustava Maxwellovih egzaktnih verzorskih jednadžbi EM polja u vektorizirane tada bila opravdana i dobro došla.

Jednadžbe EM polja u vektoriziranom operatorskom obliku

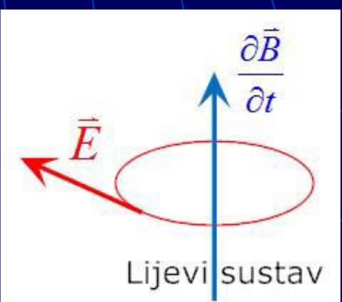
Maxwellov sustav verzorskih jednadžbi EM polja bio je vektorizacijom i skalarizacijom fizikalnih EM veličina, sofisticirano iskazanih verzorima, transformiran u, na stanovit način, konceptualno degradiran i dobrano okljaštren, ali znatno pregledniji te mnogo lakše rješiv sustav jednadžbi koji je, kao mnogo praktičniji u primjeni, vrlo brzo postao te ostao sve do danas opće prihvaćen standardni prikaz u fizici, teoretskoj elektrotehnici i u tehnici radio komunikacija.

Vektorizirani sustav Maxwellovih jednadžbi EM polja sadrži tek četiri kratke i samo naizgled jednostavne linearne parcijalne diferencijalne jednadžbe iskazane u sažetom operatorskom obliku.

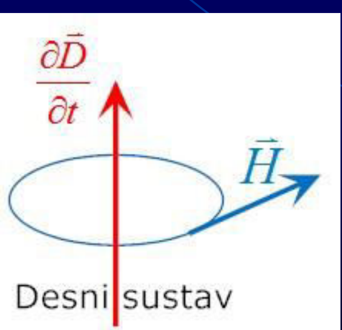
One, prema zakonima teorije elektromagnetizma, vrlo pregledno povezuju vektore jakosti EM polja, struje, gustoće struja, potencijale i slobodne električne naboje u prostoru i vremenu.

Diferencijalne jednadžbe vektora EM polja iskazane u operatorskom obliku

Četiri vektorizirane parcijalne diferencijalne jednadžbe ulančanog dinamičkog vrtložnog EM polja u izotropnom praznom prostoru bez struja i naboja, iskazane u operatorskom obliku, jesu:



$$\underbrace{rot\,\vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} = -\mu_0 \cdot \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t}}_{\text{Prva jednadžba}} \quad , \quad div\,\vec{\mathbf{B}} = div\left(\mu_0 \cdot \vec{\mathbf{H}}\right) = \mu_0 \cdot div\,\vec{\mathbf{H}} = 0$$



$$\underbrace{rot\,\vec{\mathbf{H}} = \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t} = \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t}}_{\text{Druga jednadžba}} \quad , \quad div\,\vec{\mathbf{D}} = div\left(\varepsilon_0 \cdot \vec{\mathbf{E}}\right) = \varepsilon_0 \cdot div\,\vec{\mathbf{E}} = 0$$

Iz prve i druge jednadžbe je očito da promjena jednog polja u vremenu inducira u prostoru oko sebe drugo polje i obrnuto!

Valne jednadžbe EM polja

Do valnih jednadžbi polja linearno polariziranih TVEM valova u praznom prostoru, daleko od emitera, dolazi se preobrazbom prvih dviju vektoriziranih jednadžbi primjenom na njih s lijeve strane operatora *rot*:

$$rot\left(rot\,\vec{\mathbf{E}}\right)=grad\left(\underbrace{div\,\vec{\mathbf{E}}}_{=0}\right)-\Delta\vec{\mathbf{E}}=rot\left(-\mu_0\cdot\frac{\partial\vec{\mathbf{H}}}{\partial t}\right)=-\mu_0\cdot rot\,\frac{\partial\vec{\mathbf{H}}}{\partial t}=-\mu_0\cdot\frac{\partial}{\partial t}\cdot\underbrace{rot\,\vec{\mathbf{H}}}_{\varepsilon_0\cdot\frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial t}}$$

$$rot\left(rot\,\vec{\mathbf{H}}\right)=grad\left(\underbrace{div\,\vec{\mathbf{H}}}_{=0}\right)-\Delta\vec{\mathbf{H}}=rot\left(\varepsilon_0\cdot\frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial t}\right)=\varepsilon_0\cdot rot\,\frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial t}=\varepsilon_0\cdot\frac{\partial}{\partial t}\cdot\underbrace{rot\,\vec{\mathbf{E}}}_{-\mu_0\cdot\frac{\partial\vec{\mathbf{H}}}{\partial t}}$$

Nakon provedenih supstitucija i sređivanja dobivaju se valne jednadžbe vektora jakosti polja **E** i **H** TVEM valova u obliku:

$$\Delta\vec{\mathbf{E}}-\underbrace{\varepsilon_0\cdot\mu_0}_{\frac{1}{c_0^2}}\cdot\frac{\partial^2\vec{\mathbf{E}}}{\partial t^2}=\vec{0}\qquad\qquad\Delta\vec{\mathbf{H}}-\underbrace{\varepsilon_0\cdot\mu_0}_{\frac{1}{c_0^2}}\cdot\frac{\partial^2\vec{\mathbf{H}}}{\partial t^2}=\vec{0}$$

Što kazuju jednadžbe elektromagnetizma?

Četiri vektorizirane jednadžbe elektromagnetizma iskazane u operatorskom obliku mogu se sažeto objasniti u nekoliko rečenica:

- vremenski promjenljivo magnetsko polje inducira oko sebe vrtlog električnog polja
- vremenski promjenljivo električno polje (*gustoća pomačne struje*) i naboji u gibanju (*struje*) induciraju, ili grade oko sebe, vrtlog magnetskog polja
- u prostoru s nabojima silnice električnog polja na njima imaju svoj početak i kraj
- u prostoru bez naboja i daleko od emitera silnice dinamičkog električnog polja su zatvorene krivulje (*bezizvorno vrtložno polje*)
- silnice magnetskog polja su uvijek zatvorene krivulje (*bezizvorno polje*) jer, zbog nepostojanja magnetske supstancije, nema magnetskih jednopola – postoje samo magnetski dvopoli (*dipoli*)

Vrč ide na vodu dok se ne razbije.

Ograničenja Maxwellovih jednadžbi

Criticizing Maxwell's equations is dangerous. One is immediately relegated as heretic. On the other hand, the power of mathematical reasoning cannot be ignored.

Daniele Funaro

Doseg vektoriziranih jednadžbi EM polja

Maxwell je svoj sustav jednadžbi dinamičkih EM polja postavio mnogo prije nego što je bilo eksperimentalno dokazano postojanje TVEM valova koji se zasnivaju samo na relativno jednostavnom dvodimenzionalnom poprečnom sinkronom titranju prema valnoj zraci uzajamno okomitih vrtložnih (*bezizvornih*) vektorskih EM polja.

Vektorizirane jednadžbe EM polja podržavaju sva statička, kvazistatička i dinamička makroskopska polja čiji se vektori **E** i **H** mogu iskazati skalarnim komponentama općenito definiranima sa po tri neprekinute diferencijabilne funkcije E_x, E_y, E_z i H_x, H_y, H_z koje općenito zavise o tri prostorne varijable x, y, z i vremenu t. Stoga vrijedi:

$$\vec{\mathbf{E}}(x,y,z,t) = E_x(x,y,z,t)\cdot\vec{\mathbf{i}} + E_y(x,y,z,t)\cdot\vec{\mathbf{j}} + E_z(x,y,z,t)\cdot\vec{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{H}}(x,y,z,t) = H_x(x,y,z,t)\cdot\vec{\mathbf{i}} + H_y(x,y,z,t)\cdot\vec{\mathbf{j}} + H_z(x,y,z,t)\cdot\vec{\mathbf{k}}$$

Pri tom se prešutno podrazumijeva da su prostorne varijable x, y, z i vrijeme t u tim funkcijama **međusobno nezavisne varijable**!

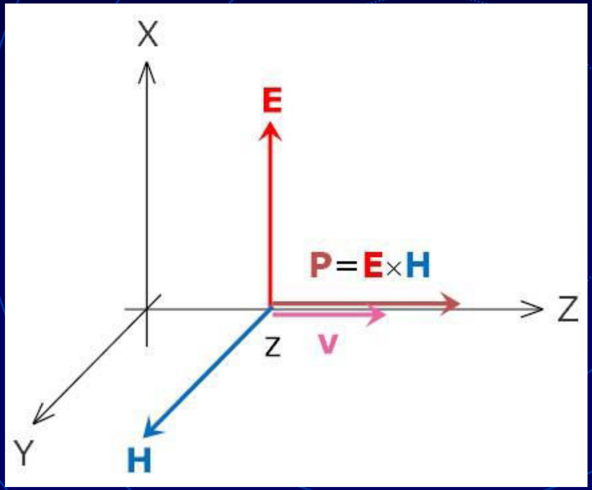
Preodređenost sustava jednadžbi dinamičkih EM polja

Daniele Funaro, poznati talijanski profesor numeričke analize, uočio je da sustav jednadžbi dinamičkih EM polja u operatorskom obliku sadrži dvije vektorske jednadžbe, od kojih svaka objedinjuje tri skalarne jednadžbe, i dvije skalarne jednadžbe za divergenciju vektora jakosti polja **E** i **H** – dakle ukupno **osam** skalarnih jednadžbi za **šest** nepoznatih skalarnih komponenata dvaju vektora EM polja na promatranom mjestu!?

To rječito govori da je sustav jednadžbi dinamičkih EM polja u praznom prostoru bez naboja i struja **matematički preodređen** jer sadrži više jednadžbi nego što ima skalarnih komponenata dvaju vektora polja.

Kod EM valova u praznom prostoru zbrku unosi izlišan uvjet bezizvornosti $div\,\mathbf{E}=0$ koji, za razliku od neupitnog $\mathrm{div}\,\mathbf{H}=0$, **ne mora biti nužno zadovoljen!** Stoga Funaro za električno polje TVEM valova taj uvjet nadomješta fizikalno logičnijim i održivim uvjetom $\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B}=0$.

Funarova nadogradnja druge Maxwellove jednadžbe



Za TVEM val u praznom prostoru on uvodi normirani Poyntingov vektor **p** i njemu pridružen vektor brzine **v** određen izrazom:

$$\vec{\mathbf{v}} = c_0 \cdot \vec{\mathbf{p}} = c_0 \cdot \frac{\vec{\mathbf{P}}}{\left|\vec{\mathbf{P}}\right|} = c_0 \cdot \frac{\vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{H}}}{\left|\vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{H}}\right|} \quad , \quad \left|\vec{\mathbf{v}}_0\right| = c_0$$

Temeljem toga on nadograđuje drugu Maxwellovu jednadžbu u vremenskoj domeni novim članom koji predstavlja *grad* **v** po vektoru **E**

$$rot\,\vec{\mathbf{H}} = \varepsilon_0 \cdot \left[\frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \left(div\,\vec{\mathbf{E}} \right) \cdot \vec{\mathbf{v}} \right] = \varepsilon_0 \cdot \left[\frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \left(\nabla \cdot \vec{\mathbf{E}} \right) \cdot \vec{\mathbf{v}} \right]$$

Te Funarove intervencije u Maxwellove jednadžbe još nisu opće prihvaćene u znanstvenoj središnjici nesklonoj bilo kakvim promjenama u klasičnoj elektrodinamici zbog njihovih mogućih implikacija u fizici!

Vektori jakosti dinamičkih EM polja tretiraju se kao nepomični!

Sapienti sat (pametnom dosta)

Prva i druga vektorizirana Maxwellova jednadžba na desnoj strani sadrži parcijalnu derivaciju vektora jakosti EM polja po vremenu ($\partial \mathbf{H}/\partial t$ i $\partial \mathbf{E}/\partial t$), što jasno upućuje da one egzaktno opisuju samo dinamička EM polja čiji se oba vektora u promatranoj točki (*hvatištu*) T(x,y,z) u trenutku t **mijenjaju samo izravno po vremenu!**

$$\frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t}=\lim_{dt\to 0}\frac{\vec{\mathbf{E}}(x,y,z,t+dt)-\vec{\mathbf{E}}(x,y,z,t)}{dt}\quad,\quad dt>0\quad,\quad dx=dy=dz=0\quad\Rightarrow\quad\frac{dx}{dt}=\frac{dy}{dt}=\frac{dz}{dt}=0$$

$$\frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t}=\lim_{dt\to 0}\frac{\vec{\mathbf{H}}(x,y,z,t+dt)-\vec{\mathbf{H}}(x,y,z,t)}{dt}\quad,\quad dt>0\quad,\quad dx=dy=dz=0\quad\Rightarrow\quad\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v_x}=\underbrace{\frac{dy}{dt}}_{v_y}=\underbrace{\frac{dz}{dt}}_{v_z}=0$$

Zbog načina definiranja parcijalne derivacije po vremenu vektora jakosti EM polja na promatranom mjestu u trenutku t, uz nulte pomake njihova hvatišta, pripadne komponente brzine gibanja v_x, v_y, v_z iščezavaju, što znači da se oni tretiraju kao **nepomični** (*ne translatiraju ni ne rotiraju*)!

Maxwellove jednadžbe nisu u vremenskoj domeni formulirane dovoljno općenito!

Iz prethodnih razmatranja je očito da u formulaciji desne strane prve i druge vektorizirane Maxwellove jednadžbe, uz parcijalne derivacije po vremenu $\partial \mathbf{E}/\partial t$ i $\partial \mathbf{H}/\partial t$, nedostaju članovi kojima se iskazuje brzina neizravne promjene vektora **E** i **H** u vremenu na trenutnoj poziciji zbog njihove postranične kinetike. Stoga se u klasičnoj elektrodinamici već puno stoljeće i pol bespomoćno vrtimo u začaranom krugu TVEM valova.

Da bi te jednadžbe bile primjenjive i na dinamička EM polja s postranično pomičnim vektorima na njihovoj desnoj strani treba operator parcijalnog diferenciranja po vremenu $\partial/\partial t$ vektora jakosti EM polja nadomjestiti operatorom ukupnog diferenciranja po vremenu d/dt.

Uz tu naizgled malenu, ali dalekosežnu, preinaku Maxwellove jednadžbe dobivaju na općenitosti i time bitno povećavaju svoj doseg pa mogu vjerodostojno pokriti funkcionalno vrlo složenu titrajnu dinamiku vektora jakosti EM polja svojstvenu NEM valovima i EM vrtlozima.

Rotirajući TVEM val ne uklapa se u prvu i drugu Maxwellovu jednadžbu!

Za rotirajući (*kružno polariziran*) TVEM val poprečno titrajući vektori jakosti EM polja **postranično rotiraju** oko valne zrake unutar valne fronte pa oni stoga, uz brzinu izravne promjene u vremenu ($\partial \mathbf{H}/\partial t$ i $\partial \mathbf{E}/\partial t$), očito imaju i brzinu neizravne (*kinetičke*) promjene u vremenu.

Stoga su za taj val prva i druga Maxwellova jednadžba u njihovom konvencionalnom obliku približne jer na desnoj strani **ne sadrže članove** koji bi obuhvaćali brzinu neizravne promjene u vremenu poprečnih vektora jakosti EM polja zbog njihove brze postranične rotacije oko valne zrake.

Brzina neizravne promjene u vremenu rotirajućih vektora jakosti EM polja, uz dovoljno veliku kutnu brzinu njihove postranične rotacije ω_{rot} u odnosu na kružnu frekvenciju ω njihovog poprečnog titranja, **može biti značajna i stoga nije zanemariva** u odnosu na $\partial \mathbf{H}/\partial t$ i $\partial \mathbf{E}/\partial t$!

Zato ona u prvoj i drugoj Maxwellovoj jednadžbi treba biti odgovarajuće uvažena, što iziskuje njihovu neodložnu nadogradnju!

Narod koji je u tmini hodio svjetlost vidje veliku...

Izaija 9,1

Poopćenje prve i druge Maxwellove jednadžbe u vremenskoj domeni

The essential difference between the total and partial derivative is the elimination of indirect dependencies between variables in partial derivatives!

Brzina ukupne promjene u vremenu dinamičkog EM polja u gibanju

Za dinamičko EM polje koje se postranično (*bočno*) translacijski giba i/ili rotira oko fiksne osi **brzinu njegove ukupne promjene u vremenu** na promatranom mjestu T(x,y,z) u trenutku t čini vektorski zbroj:

- **brzine izravne promjene u vremenu** $\partial\mathbf{E}/\partial t$ i $\partial\mathbf{H}/\partial t$ duž trenutnih pravaca djelovanja e i h vektora jakosti EM polja te
- **brzine neizravne** (*kinetičke*) **promjene u vremenu** uslijed brze postranične promjene položaja vektora **E** i **H** zbog njihove translacije i/ili rotacije.

Brzina ukupne promjene u vremenu dinamičkih vektorskih EM polja u postraničnom gibanju, koja se u Kartezijevom pravokutnom sustavu iskazuju u općem obliku $\mathbf{E}[x(t), y(t), z(t), t]$ i $\mathbf{B}[x(t), y(t), z(t), t]$, određuje se prema pravilu diferenciranja složenih (*kompozitnih*) funkcija ($\mathrm{d}\mathbf{E}/\mathrm{d}t$ i $\mathrm{d}\mathbf{H}/\mathrm{d}t$).

Brzina **ukupne promjene** u vremenu jednog polja mijenja u prostoru oko njega drugo polje – smisao je prve i druge Maxwellove jednadžbe!

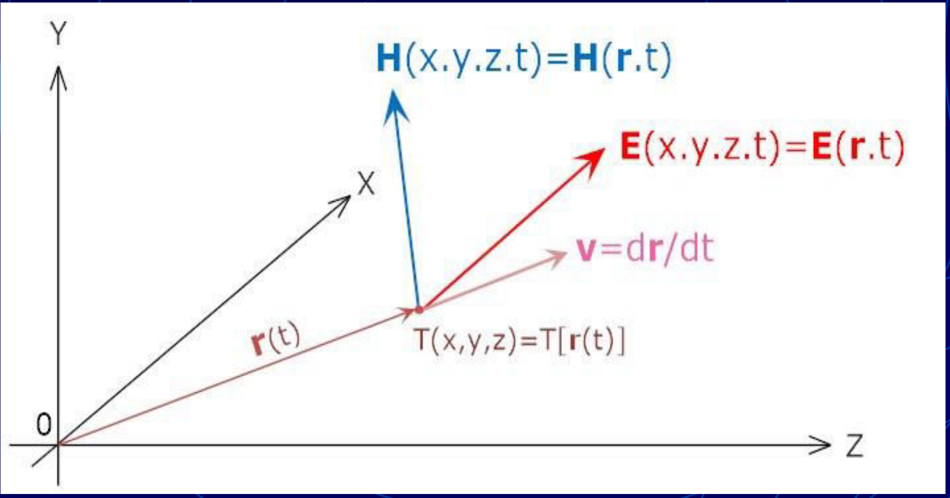
Preformulacija desne strane prve i druge Maxwellove jednadžbe

Nadomještanje operatora parcijalnog diferenciranja po vremenu $\partial/\partial t$ u prvoj i drugoj Maxwellovoj jednadžbi, koji **ne zahvaća u unutarnju ovisnost prostornih varijabli** x i y odnosno φ o vremenu t, operatorom **ukupnog diferenciranja po vremenu** d/dt **ne narušava** ni na koji način fizikalni smisao jednadžbi. Naprotiv, bitno ga produbljuje!

Ta zamjena operatora je neophodna da bi se u veoma složenoj titrajnoj dinamici polja NEM valova, uz brzinu izravne promjene u vremenu $\partial\mathbf{E}/\partial t$ i $\partial\mathbf{H}/\partial t$ lokalnih vektora jakosti EM polja duž trenutnih pravaca njihova djelovanja e i h, obuhvatilo i doprinose njihove neizravne promjene u vremenu zbog živahne postranične kinetike vektora EM polja.

Ta se preformulacija, slikovito rečeno, može smatrati kao **nužan SP1** za prvu i drugu Maxwellovu jednadžbu. One time napokon postaju valjane i za funkcionalno veoma složenu titrajnu dinamiku postranično pomičnih vektora jakosti polja NEM valova i EM vrtloga.

Dinamičko EM polje u gibanju i brzina njegove ukupne promjene u vremenu



Pretpostavimo dinamičko EM polje koje se translacijski giba te u promatranoj točki T(x,y,z) u trenutku t ima brzinu $\mathbf{v}(t)$ i vektore jakosti polja **E** i **H** koji su zavisni o trima dinamičkim prostornim koordinatama $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ i o vremenu t.

Ako se tijekom diferencijala vremena dt vektori jakosti EM polja iz točke T(x,y,z) određene radijvektorom $\mathbf{r}(t) = x(t)\cdot\mathbf{i} + y(t)\cdot\mathbf{j} + z(t)\cdot\mathbf{k}$ pomaknu za diferencijal $\mathrm{d}\mathbf{r} = dx\cdot\mathbf{i} + dy\cdot\mathbf{j} + dz\cdot\mathbf{k}$ tada su pripadne ukupne promjene vektora jakosti polja na tom mjestu određene njihovim totalnim vektorskim diferencijalima d**E** i d**H**. Oni su općenito definirani izrazima:

Dinamičko EM polje u gibanju i brzina njegove ukupne promjene u vremenu

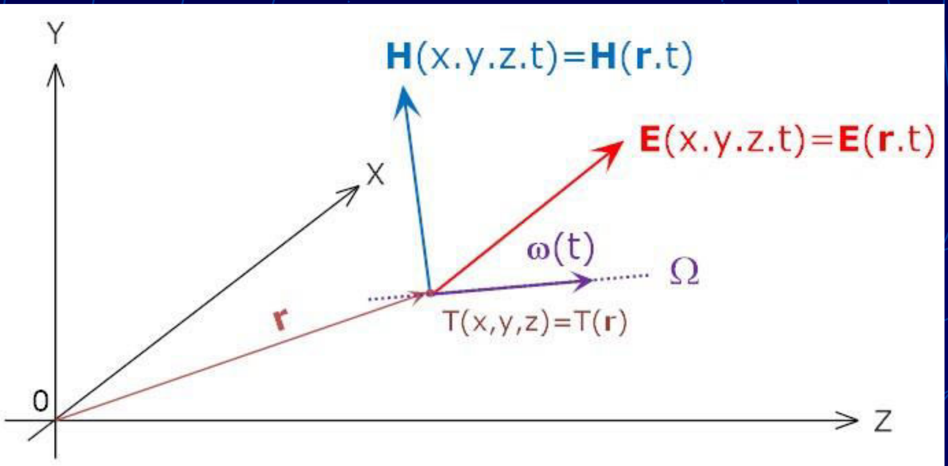
$$\mathrm{d}\vec{\mathbf{E}} = \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial x}\cdot dx + \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial y}\cdot dy + \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial z}\cdot dz + \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t}\cdot dt \quad , \quad \mathrm{d}\vec{\mathbf{H}} = \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial x}\cdot dx + \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial y}\cdot dy + \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial z}\cdot dz + \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t}\cdot dt$$

Dijeljenjem totalnih vektorskih diferencijala $\mathrm{d}\mathbf{E}$ i $\mathrm{d}\mathbf{H}$ s pripadnim diferencijalom vremena $dt > 0$ dobivaju se za vektore $\mathbf{E}$ i $\mathbf{H}$ putujućih dinamičkih EM polja u promatranoj točki $\mathrm{T}(x,y,z)$ u trenutku t određenoj radijvektorom $\mathbf{r}(t) = x(t)\cdot\mathbf{i} + y(t)\cdot\mathbf{j} + z(t)\cdot\mathbf{k}$ opći izrazi u operatorskom obliku za njihove **brzine ukupne promjene u vremenu**:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{E}}}{dt} = \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial x}\cdot\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v_x} + \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial y}\cdot\underbrace{\frac{dy}{dt}}_{v_y} + \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial z}\cdot\underbrace{\frac{dz}{dt}}_{v_z} + \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} = \left(\vec{\mathbf{v}}\cdot\nabla\right)\cdot\vec{\mathbf{E}} + \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} = \left(\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}\cdot\nabla\right)\cdot\vec{\mathbf{E}} + \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t}$$

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{H}}}{dt} = \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial x}\cdot\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v_x} + \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial y}\cdot\underbrace{\frac{dy}{dt}}_{v_y} + \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial z}\cdot\underbrace{\frac{dz}{dt}}_{v_z} + \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t} = \left(\vec{\mathbf{v}}\cdot\nabla\right)\cdot\vec{\mathbf{H}} + \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t} = \left(\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}\cdot\nabla\right)\cdot\vec{\mathbf{H}} + \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t}$$

Rotirajuće dinamičko EM polje i brzina njegove ukupne promjene u vremenu



Zamislimo dinamičko EM polje koje u promatranoj nepomičnoj točki T(x,y,z) ima vektore jakosti polja **E** i **H** koji su zavisni o trima prostornim koordinatama x, y, z i o vremenu t te rotiraju oko fiksne osi Ω koja prolazi tom točkom kutnom brzinom $\boldsymbol{\omega}(t)$.

Ako se tijekom diferencijala vremena dt vektori jakosti EM polja u točki T(x,y,z) određenoj radijvektorom $\mathbf{r} = x \cdot \mathbf{i} + y \cdot \mathbf{j} + z \cdot \mathbf{k}$ zakrenu oko osi Ω za diferencijal dφ tada su ukupne promjene vektora jakosti polja određene njihovim totalnim vektorskim diferencijalima d**E** i d**H**. Oni su, uz $\mathrm{dx} = \mathrm{dy} = \mathrm{dz} = 0$, određeni izrazima:

Rotirajuće dinamičko EM polje i brzina njegove ukupne promjene u vremenu

$$\mathrm{d}\vec{\mathbf{E}} = \frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial x}\cdot\underbrace{0}_{dx} + \frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial y}\cdot\underbrace{0}_{dy} + \frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial z}\cdot\underbrace{0}_{dz} + \frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial t}\cdot dt + \Bigg(\underbrace{\vec{\omega}\cdot dt}_{d\vec{\varphi}}\Bigg)\times\vec{\mathbf{E}} = \frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial t}\cdot dt + \left(\vec{\omega}\times\vec{\mathbf{E}}\right)\cdot dt$$

$$\mathrm{d}\vec{\mathbf{H}} = \frac{\partial\vec{\mathbf{H}}}{\partial x}\cdot\underbrace{0}_{dx} + \frac{\partial\vec{\mathbf{H}}}{\partial y}\cdot\underbrace{0}_{dy} + \frac{\partial\vec{\mathbf{H}}}{\partial z}\cdot\underbrace{0}_{dz} + \frac{\partial\vec{\mathbf{H}}}{\partial t}\cdot dt + \Bigg(\underbrace{\vec{\omega}\cdot dt}_{d\vec{\varphi}}\Bigg)\times\vec{\mathbf{H}} = \frac{\partial\vec{\mathbf{H}}}{\partial t}\cdot dt + \left(\vec{\omega}\times\vec{\mathbf{H}}\right)\cdot dt$$

Dijeljenjem totalnih vektorskih diferencijala $\mathrm{d}\mathbf{E}$ i $\mathrm{d}\mathbf{H}$ s diferencijalom vremena $dt > 0$ dobivaju se za vektore $\mathbf{E}$ i $\mathbf{H}$ dinamičkog EM polja koje rotira, ili torzijski titra, oko osi Ω kutnom brzinom $\boldsymbol{\omega}(t)$ opći izrazi za njihove **brzine ukupne promjene u vremenu** na promatranom pokretnom mjestu $\mathrm{T}(x,y,z)$ u trenutku t:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{E}}}{dt} = \frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \vec{\omega}\times\vec{\mathbf{E}} \quad , \quad \frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{H}}}{dt} = \frac{\partial\vec{\mathbf{H}}}{\partial t} + \vec{\omega}\times\vec{\mathbf{H}}$$

Poopćenje prvih dviju Maxwellovih jednadžbi u vremenskoj domeni

Za dinamičko EM polje koje se translacijski giba vrijedi:

$$rot\,\vec{\mathbf{E}} = -\frac{d\vec{\mathbf{B}}}{dt} = -\mu_0 \cdot \frac{d\vec{\mathbf{H}}}{dt} = -\mu_0 \cdot \left[\frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t} + \left(\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} \cdot \nabla \right) \cdot \vec{\mathbf{H}} \right]$$

$$rot\,\vec{\mathbf{H}} = \frac{d\vec{\mathbf{D}}}{dt} = \varepsilon_0 \cdot \frac{d\vec{\mathbf{E}}}{dt} = \varepsilon_0 \cdot \left[\frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \left(\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} \cdot \nabla \right) \cdot \vec{\mathbf{E}} \right] \quad , \quad div\,\vec{\mathbf{H}} = 0$$

Za dinamičko EM polje koje rotira ili torzijski titra oko fiksne osi Ω vrijedi:

$$rot\,\vec{\mathbf{E}} = -\frac{d\vec{\mathbf{B}}}{dt} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} + \vec{\varpi} \times \vec{\mathbf{B}} = -\mu_0 \cdot \left(\frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t} + \vec{\varpi} \times \vec{\mathbf{H}} \right)$$

$$rot\,\vec{\mathbf{H}} = \frac{d\vec{\mathbf{D}}}{dt} = \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t} + \vec{\varpi} \times \vec{\mathbf{D}} = \varepsilon_0 \cdot \left(\frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \vec{\varpi} \times \vec{\mathbf{E}} \right) \quad , \quad div\,\vec{\mathbf{H}} = 0$$

Poopćenje prvih dviju Maxwellovih jednadžbi u vremenskoj domeni

Tako preformulirane i dopunjene jednadžbe EM polja sadrže na desnoj strani, uz izravnu brzinu promjene vektora jakosti polja u vremenu ($\partial\mathbf{E}/\partial t$ i $\partial\mathbf{H}/\partial t$), i kinetičke članove koji određuju njihovu brzinu neizravne promjene u vremenu zbog postranične translacije ili rotacije vektora. One stoga vjerodostojno pokrivaju:

- **NEM valove** čije su poprečne varijable x i y ili φ postranično pomičnih vektora jakosti EM polja na promatranom mjestu duž/oko valne zrake posredno ovisne o vremenu pa vrijedi: $x = x(t)$, $y = y(t)$, z ($dz = 0 \rightarrow dz/dt = 0$) ili $\varphi = \varphi(t) \rightarrow d\varphi/dt = \omega_z$
- **EM vrtloge** čiji su vektori EM polja u promatranoj pokretnoj točki neizravno ovisni o vremenu t preko njezinih dinamičkih prostornih varijabli $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ i lokalnoj rotaciji vektora.

Poopćenje valnih jednadžbi EM polja

Do poopćenih valnih jednadžbi NEM valova u praznom prostoru dolazi se preobrazbom prvih dviju preformuliranih Maxwellovih jednadžbi primjenom na njih s lijeva operatora *rot*:

$$rot\left(rot\vec{\mathbf{E}}\right)=grad\left(\underbrace{div\vec{\mathbf{E}}}_{=0}\right)-\Delta\vec{\mathbf{E}}=rot\left(-\mu_0\cdot\frac{d\vec{\mathbf{H}}}{dt}\right)=-\mu_0\cdot rot\frac{d\vec{\mathbf{H}}}{dt}=-\mu_0\cdot\frac{d}{dt}\cdot\underbrace{rot\vec{\mathbf{H}}}_{\varepsilon_0\cdot\frac{d\vec{\mathbf{E}}}{dt}}$$

$$rot\left(rot\vec{\mathbf{H}}\right)=grad\left(\underbrace{div\vec{\mathbf{H}}}_{=0}\right)-\Delta\vec{\mathbf{H}}=rot\left(\varepsilon_0\cdot\frac{d\vec{\mathbf{E}}}{dt}\right)=\varepsilon_0\cdot rot\frac{d\vec{\mathbf{E}}}{dt}=\varepsilon_0\cdot\frac{d}{dt}\cdot\underbrace{rot\vec{\mathbf{E}}}_{-\mu_0\cdot\frac{d\vec{\mathbf{H}}}{dt}}$$

Nakon provedenih supstitucija i sređivanja dobivaju se valne jednadžbe vektora jakosti polja **E** i **H** NEM valova u obliku:

$$\Delta\vec{\mathbf{E}}-\underbrace{\varepsilon_0\cdot\mu_0}_{\frac{1}{c_0^2}}\cdot\frac{d^2\vec{\mathbf{E}}}{dt^2}=\vec{0}\qquad\Delta\vec{\mathbf{H}}-\underbrace{\varepsilon_0\cdot\mu_0}_{\frac{1}{c_0^2}}\cdot\frac{d^2\vec{\mathbf{H}}}{dt^2}=\vec{0}$$

Brzina širenja NEM valova jednaka je vakuumskoj faznoj brzini svjetlosti!

Iz poopćenih valnih jednadžbi EM polja je očito da se NEM valovi izotropnim praznim prostorom šire **vakuumskom faznom brzinom svjetlosti** c_0 kao i TVEM valovi.

To je fizikalno posve logičan rezultat jer je **uzdužno titranje** EM polja funkcionalno vrlo složenih NEM valova **neposredna posljedica** (*implikacija*) brze postranične rotacije, ili torzijskog titranja, poprečnih komponenti vektora jakosti njihova EM polja oko valne zrake!

Stoga se kinetički uzdužno inducirane komponente EM polja $\mathbf{E}_z$ i $\mathbf{H}_z$ te njihovom izravnom promjenom u vremenu ($\partial \mathbf{E}_z/\partial t$ i $\partial \mathbf{H}_z/\partial t$) inducirane tangencijalne komponente polja $\mathbf{H}_\varphi$ i $\mathbf{E}_\varphi$ **nikako ne mogu odvojiti** (*pobjeći*) od poprečnih komponenti i zasebno se samostalno širiti nadsvjelosnom brzinom!

EM vrtlozi i kuglaste munje

Što su EM vrtlozi?

Egzotični i ne baš lako predočivi EM vrtlozi načelno su samo **neizravno ovisni o vremenu**. Zato se njihovi postranično brzo pomični vektori jakosti polja na promatranom mjestu mogu općenito predočiti funkcijama triju prostornih varijabli *x, y, z* posredno ovisnim o vremenu *t*:

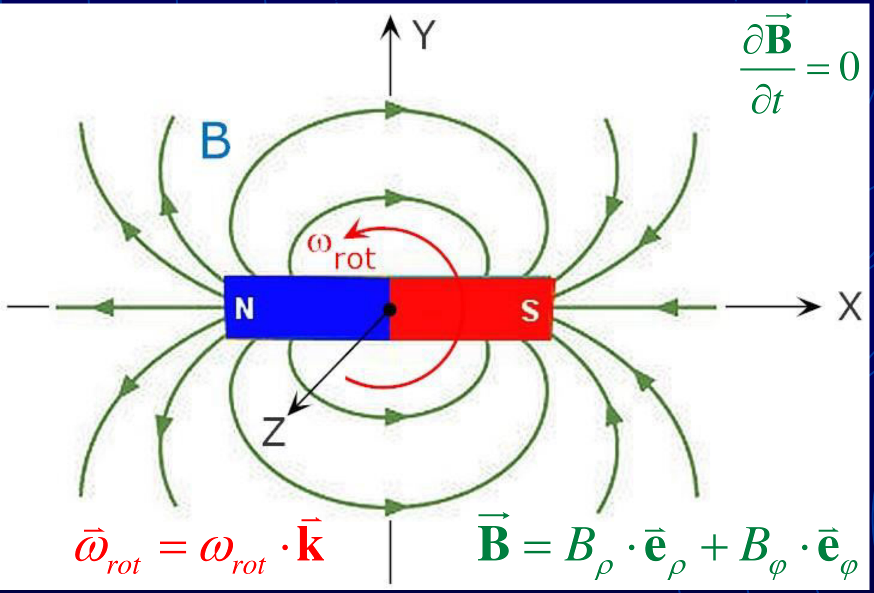
$$\mathbf{E} = \mathrm{f}[x(t), y(t), z(t)] \quad \text{i} \quad \mathbf{H} = \mathrm{g}[x(t), y(t), z(t)]$$

Stoga za njih ukupne derivacije po vremenu *d/dt* **sadrže samo kinetičke članove** jer ta polja, teoretski uzevši, nemaju članove $\partial\mathbf{H}/\partial t$ i $\partial\mathbf{E}/\partial t$, ili su oni neznatni u odnosu na ukupan doprinos kinetičkih članova. Ona također nemaju ni $\partial^2\mathbf{H}/\partial t^2$ ni $\partial^2\mathbf{E}/\partial t^2$ pa se – kao osebujan **nevalni fenomen** – sporo kreću, ili čak miruju u prostoru. Ta polja mogu biti relativno dugoživuća, ovisno o brzini disipacije njihove energije.

EM vrtlozi s istovremenim rotacijskim i translacijskim gibanjem vjerojatno su jedna od bitnih sastavnica egzotičnih te još veoma tajnovitih kuglastih munja.

Inducirano električno polje uslijed rotacije permanentnog magneta

Najlakše predočivo vrtložno polje **B**[x(t), y(t), z] je magnetsko polje rotirajućeg permanentnog magneta ili elektromagneta.

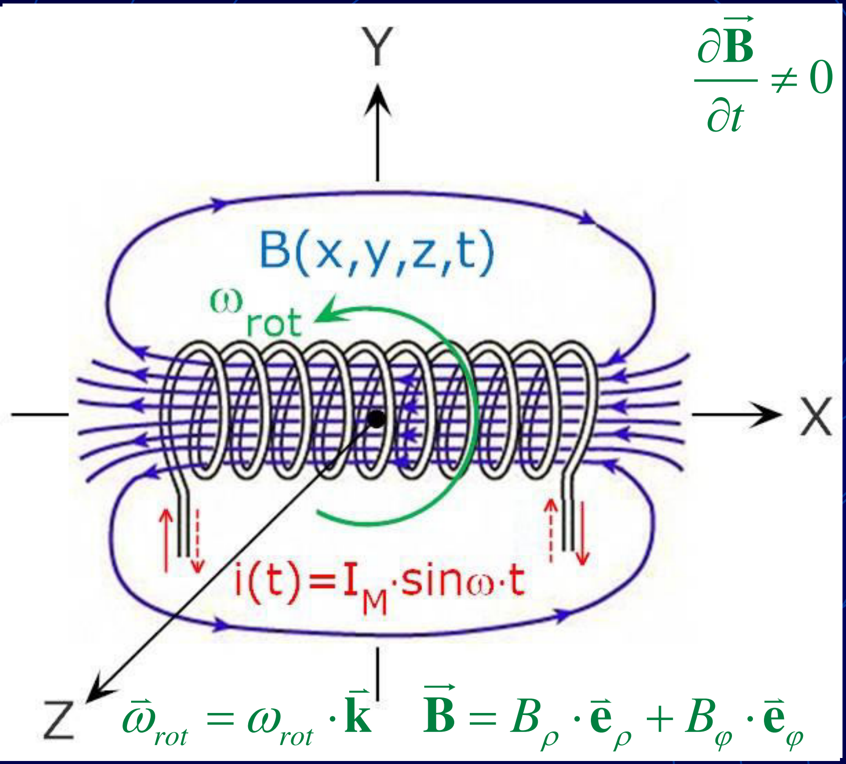


Ono pri rotaciji oko Z osi kutnom brzinom ω_{rot} inducira oko sebe uzdužno dinamičko električno polje $\mathbf{E}(x,y,z,t)$ koje je posvuda okomito na rotirajuće magnetsko polje **B**.

Kinetički inducirano električno polje **E** u cilindričnom sustavu je određeno jednadžbom:

$$rot\,\vec{\mathbf{E}} = -\frac{d\vec{\mathbf{B}}}{dt} = -\vec{\omega}_{rot} \times \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}} \times \vec{\omega}_{rot} = \omega_{rot} \cdot \left(\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{k}}\right) = \omega_{rot} \cdot \left(B_\varphi \cdot \vec{\mathbf{e}}_\rho - B_\rho \cdot \vec{\mathbf{e}}_\varphi\right)$$

Inducirano električno polje uslijed rotacije izmjeničnog magnetskog polja



Vremenski promjenljivo magnetsko polje solenoida $\mathbf{B}(x,y,z,t)$ napajanog izmjeničnom strujom $\mathrm{i}(t)$ pri rotaciji oko Z osi $(dz/dt=0)$, inducira oko sebe dinamičko električno polje $\mathbf{E}$ koje je posvuda okomito na rotirajuće $\mathbf{B}$ polje.

Kinetičkom i izravnom promjenom u vremenu rotirajućeg vektorskog polja $\mathbf{B}$ inducirano električno polje $\mathbf{E}(x,y,z,t)$ općenito je određeno jednadžbom:

$$rot\,\vec{\mathbf{E}} = -\frac{d\vec{\mathbf{B}}}{dt} = -\left(\frac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t} + \vec{\omega}_{rot} \times \vec{\mathbf{B}}\right) = -\frac{\partial B_\rho}{\partial t} \cdot \vec{\mathbf{e}}_\rho - \frac{\partial B_\varphi}{\partial t} \cdot \vec{\mathbf{e}}_\varphi + \omega_{rot} \cdot \left(B_\varphi \cdot \vec{\mathbf{e}}_\rho - B_\rho \cdot \vec{\mathbf{e}}_\varphi\right)$$

Ta dva primjera izvrsno ilustriraju nužnost uvođenja *d/dt* u Maxwellove jednadžbe!

Putovanje od tisuću milja
počinje prvim korakom.

Lao Ce

Kako načelno funkcioniraju nehercijanski valovi?

Torzijski titrajući TVEM valovi i EM vrtlozi

Uz dobro nam znane linearno i kružno polarizirane (*rotirajuće*) TVEM valove u prirodi još postoje:

- **torzijsk**i **titrajući** TVEM valovi te
- **EM vrtlozi** koji su, teoretski uzevši, pretežito neizravno ovisni o vremenu zbog vrlo brzog postraničnog gibanja (*kinetike*) njihovih vektora polja. Oni su snažni emiteri multifrekventnog EM zračenja.

Osebujni te vrlo živahni i snažni EM vrtlozi vjerojatno drže relativno dugo na okupu bliještavu, intenzivno prštеću te imploziji ili eksploziji sklonu šuplju plazmoidnu tvorbu tajnovitih kuglastih munja koje je izuzetno teško umjetno proizvesti pa su stoga još uvijek prilično slabo istražene. Sporne su i hipoteze o njihovom nastanku.

Njihova produkcija je samo Tesli čudesno lako uspijevala na njegovim visokonaponskim rezonancijskim transformatorima.

Po čemu se NEM valovi razlikuju od TVEM valova?

Osnovna razlika između funkcionalno jednostavnih poprečno (*dvodimenzionalno*) titrajućih TVEM valova te od njih funkcionalno znatno složenijih trostruko (*trodimenzionalno*) titrajućih NEM valova jest u tome da poprečno titrajući vektori **E** i **H** jakosti polja NEM valova istovremeno **postranično rotiraju**, **ili torzijski titraju**, oko valne zrake zbog čega se duž nje kinetički induciraju (*implikacija!*) **uzdužne i protivno titrajuće** komponente EM polja $\mathbf{E}_z$ i $\mathbf{H}_z$.

Za primjenu najzanimljiviji te za teorijsku razradu i analizu relativno jednostavni predstavnici iz porodice NEM valova jesu:

- kompaktno rotirajući (*kružno polariziran*) TVEM val,
- torzijski kompaktno titrajući TVEM val,
- spiralno rotirajući (*kružno polariziran helikoidalni*) TVEM val i
- torzijski elastično titrajući TVEM val.

NEM valovi ne proturječe fizici!

Nije sporno da su funkcionalno složeni te još neistraženi NEM valovi s istovremenim poprečnim i postraničnim torzijskim titranjem, ili rotacijom oko valne zrake, poprečnih vektora jakosti EM polja, mogući i stabilni fizikalni entiteti.

Odlikuju se osebujnom postraničnom dinamikom vektora jakosti EM polja unutar valne fronte, koja neminovno inducira uzdužne komponente polja $\mathbf{E}_z$ i $\mathbf{H}_z$ duž valne zrake. NEM valovi, općenito uzevši, **titraju trodimenzionalno i ni u čemu se ne protive temeljnim zakonitostima makroskopske elektrodinamike.**

Stoga funkcionalno složeno titranje EM polja svojstveno NEM valovima **mora bezuvjetno udovoljiti** prvoj i drugoj Maxwellovoj jednadžbi prethodno odgovarajuće preformuliranim u vremenskoj domeni (*d/dt*). One u tom novom ruhu egzaktno i sasvim općenito utjelovljuju temeljne zakonitosti elektrodinamike!

Analiza funkcioniranja rotirajućih i torzijski titrajućih valova

Da se zorno sagleda kako načelno funkcioniraju NEM valovi najbolje je ravan linearno polariziran harmonijski TVEM val frekvencije f u mislima zarotirati oko valne zrake kutnom brzinom ω_{rot} ili ga oko nje torzijski kruto, odnosno elastično, zatitrati frekvencijom f_{tor} koja se općenito razlikuje od frekvencije f poprečnog titranja EM polja.

To znači da na promatranoj trenutnoj poziciji $T(z)$ na valnoj zraci u trenutku t poprečno titrajući inicijalni radijalni vektori jakosti EM polja $\mathbf{E}(\varphi_E,z,t)=E_\rho(z,t)\cdot\mathbf{e}_\rho[\varphi_E(t,z)]$ i $\mathbf{H}(\varphi_H,z,t)=H_\rho(z,t)\cdot\mathbf{e}_\rho[\varphi_H(t,z)]$ TVEM vala oko nje istovremeno rotiraju, ili torzijski titraju.

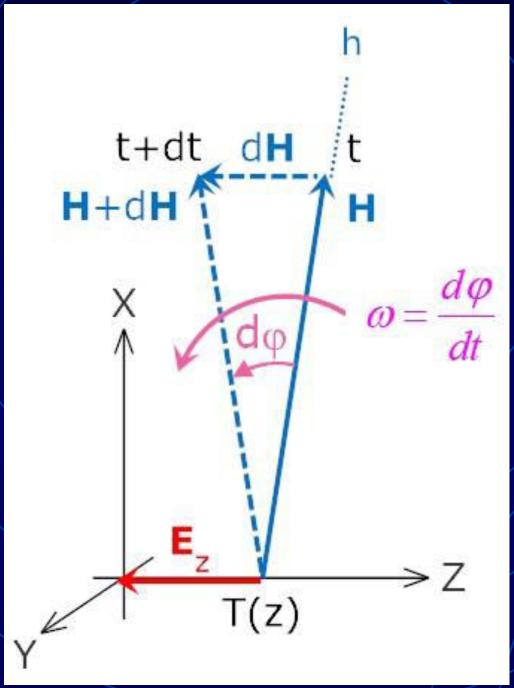
Zatim se, preko preformuliranih prvih dviju Maxwellovih jednadžbi, proanalizira koje sve implikacije ima takvo titranje poprečnih vektora EM polja te kako one povratno utječu na vrlo složeno funkcioniranje NEM valova koji vjerojatno nisu linearan fenomen?

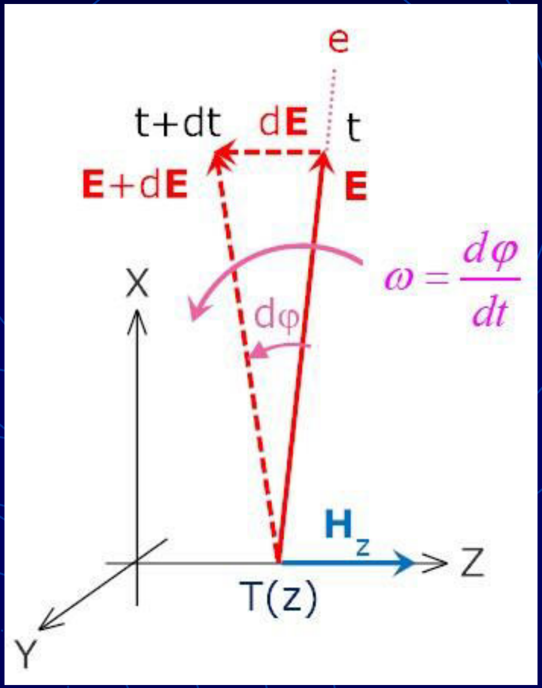
Rotirajući TVEM val vlada se kao složen dvostruki EM stroj!

Rotirajući ili torzijski titrajući TVEM val koji duž valne zrake ima temeljno poprečno titrajuće (*radijalno*) EM polje vlada se, u osnovi, kao složen i veoma izdužen **nematerijalan elementaran elektromagnetski stroj** s dva rotirajuća vektorska polja − **E** i **H** te, kao implikacijom, s dvije njima kinetički uzdužno inducirane i protivno usmjerene komponente polja − $\mathbf{E}_z$ i $\mathbf{H}_z$.

Brzina izravne promjene u vremenu uzdužno induciranih komponenti $\partial E_z/\partial t$ i $\partial H_z/\partial t$ inducira tangencijalne komponente H_φ i E_φ koje titraju u poprečnoj ravnini (*valnoj fronti*) oko valne zrake te imaju takav smjer da svojim djelovanjem nastoje spriječiti uzrok koji ih izaziva – brzu postraničnu kinetiku poprečnih komponenti vektora EM polja.

Indukcijski učinci rotirajućih vektora magnetskog i električnog polja





Poprečni vektor jakosti magnetskog polja **H** koji rotira oko *Z* osi u poprečnoj XY ravnini kutnom brzinom **ω** inducira u točki T(z) u trenutku *t* u prostoru oko valne zrake uzdužno električno polje $\mathbf{E_z}$ (*lijevi indukcijski sustav*).

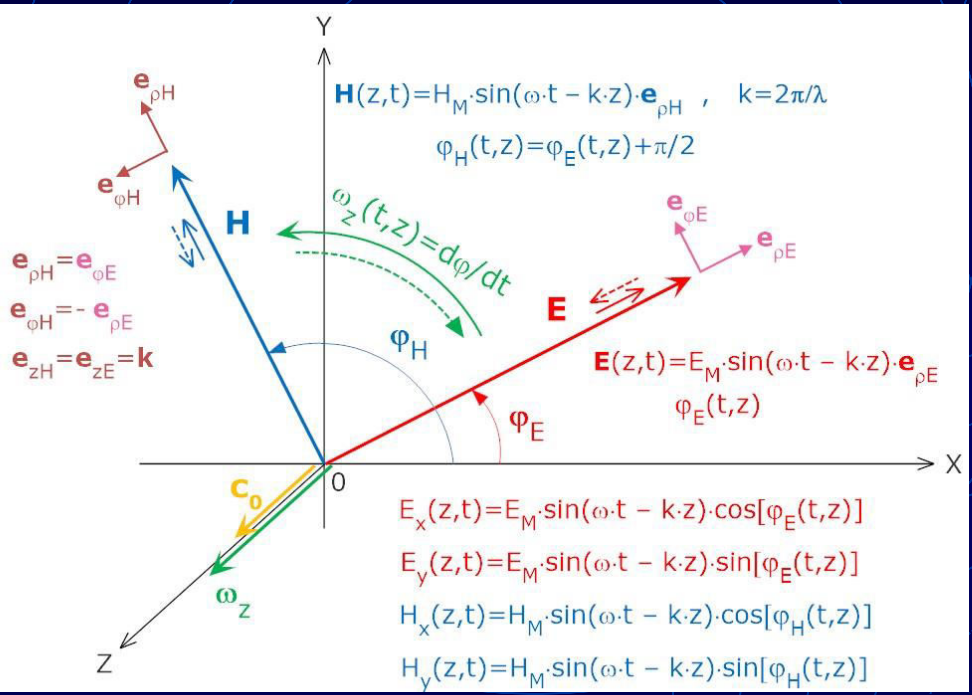
Poprečni vektor jakosti električnog polja **E** koji rotira oko *Z* osi u poprečnoj XY ravnini kutnom brzinom **ω** inducira u točki T(z) u trenutku *t* u prostoru oko valne zrake uzdužno magnetsko polje $\mathbf{H_z}$ (*desni indukcijski sustav*).

Ima više stvari na nebu i na zemlji, Horacije, nego što se o njima sanja u tvojoj filozofiji

Hamlet

Matematički modeli rotirajućih i torzijski titrajućih NEM valova

Postranično rotirajući vektori jakosti polja TVEM vala



Do pojednostavnjenog matematičkog modela rotirajućeg (*kružno polariziranog*) ili torzijski titrajućeg NEM vala najlakše se dolazi tako da se za polazište uzme vektorski dijagram poprečno titrajućih vektora jakosti polja **E** i **H** u XY ravnini (*valnoj fronti*) ravnog putujućeg TVEM vala.

Zatim se pretpostavi da vektori EM polja simultano rotiraju, ili torzijski titraju, oko valne zrake (*Z* osi) kutnom brzinom $\omega_z(t)$ ili $\omega_z(t,z) = d\varphi_E/dt = d\varphi_H/dt$. Ako su polarni kutovi φ_E i φ_H vektora EM polja ovisni samo o vremenu *t* NEM val je jednostavniji, a ako su još ovisni i o uzdužnoj koordinati *z* NEM val je funkcionalno složeniji.

Vektori EM polja putujućeg NEM vala u cilindričnom sustavu

Za ravan NEM val u praznom prostoru, koji putuje duž Z osi te istovremeno oko nje rotira, ili torzijski titra, mogu se vektori jakosti polja **E** i **H** u cilindričnom koordinatnom sustavu iskazati s tri neprekidne diferencijabilne skalarne funkcije E_ρ, E_φ, E_z odnosno H_ρ, H_φ, H_z zavisne o varijablama ρ, z, t pa stoga općenito vrijedi:

$$\vec{\mathbf{E}}(\rho,\varphi_E,z,t) = E_\rho(\rho,z,t)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} + E_\varphi(\rho,z,t)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + E_z(\rho,z,t)\cdot\vec{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} = \vec{\mathbf{e}}_\rho\left[\varphi_E(t,z)\right] \quad , \quad \vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} = \vec{\mathbf{e}}_\varphi\left[\varphi_E(t,z)\right]$$

$$\vec{\mathbf{H}}(\rho,\varphi_H,z,t) = H_\rho(\rho,z,t)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho H} + H_\varphi(\rho,z,t)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi H} + H_z(\rho,z,t)\cdot\vec{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{e}}_{\rho H} = \vec{\mathbf{e}}_\rho\left[\varphi_H(t,z)\right] = \vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} \quad , \quad \vec{\mathbf{e}}_{\varphi H} = \vec{\mathbf{e}}_\varphi\left[\varphi_H(t,z)\right] = -\vec{\mathbf{e}}_{\rho E}$$

Jedinični vektori $\mathbf{e}_{\rho E}$, $\mathbf{e}_{\varphi E}$, $\mathbf{e}_{\rho H}$, $\mathbf{e}_{\varphi H}$ vektora **E** i **H** posredno su zavisni o trenutnom lokalnom polarnom kutu $\varphi_E(t,z)$ odnosno $\varphi_H(t,z)$ njihovih radijalnih komponenti u promatranoj točki $T(z)$ valne zrake.

Rotacija vektora EM polja NEM vala

Za vektore jakosti EM polja $\mathbf{E}(\rho, \varphi_E, z, t)$ i $\mathbf{H}(\rho, \varphi_H, z, t)$ NEM vala iskazane u cilindričnom koordinatnom sustavu s tri skalarne komponente E_ρ, E_φ, E_z i H_ρ, H_φ, H_z njihova rotacija na promatranom mjestu $T(\rho, z)$ u trenutku t određuje se prema općim izrazima:

$$rot\vec{\mathbf{E}} = \left(\underbrace{\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial E_z}{\partial\varphi}}_{0} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z}\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} + \cdot\left(\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial\rho}\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + \frac{1}{\rho}\cdot\left[\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\cdot E_\varphi\right) - \underbrace{\frac{\partial E_\rho}{\partial\varphi}}_{0}\right]\cdot\vec{\mathbf{k}} =$$

$$= -\frac{\partial E_\varphi}{\partial z}\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} + \left(\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial\rho}\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + \left(\frac{E_\varphi}{\rho} + \frac{\partial E_\varphi}{\partial\rho}\right)\cdot\vec{\mathbf{k}}$$

$$rot\vec{\mathbf{H}} = \left(\underbrace{\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial H_z}{\partial\varphi}}_{0} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z}\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho H} + \left(\frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial\rho}\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi H} + \frac{1}{\rho}\cdot\left[\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\cdot H_\varphi\right) - \underbrace{\frac{\partial H_\rho}{\partial\varphi}}_{0}\right]\cdot\vec{\mathbf{k}} =$$

$$= -\frac{\partial H_\varphi}{\partial z}\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho H} + \left(\frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial\rho}\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi H} + \left(\frac{H_\varphi}{\rho}\cdot + \frac{\partial H_\varphi}{\partial\rho}\right)\cdot\vec{\mathbf{k}}$$

Ukupna brzina promjene u vremenu vektora EM polja NEM vala

Ukupna brzina promjene u vremenu rotirajućih, ili torzijski titrajućih, trokomponentnih vektora jakosti polja **E** i **H** NEM vala u cilindričnom koordinatnom sustavu na promatranom mjestu T(ρ, z) u trenutku t određuje se njihovom **ukupnom derivacijom po vremenu** d/dt. Uvaživši da je: $\mathbf{e}_\rho = \mathbf{e}_\rho[\varphi(t,z)]$ i $\mathbf{e}_\varphi = \mathbf{e}_\varphi[\varphi(t,z)]$ ona općenito iznosi:

$$\frac{d\vec{\mathbf{E}}}{dt} = \frac{d}{dt}\cdot\left(E_\rho\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} + E_\varphi\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + E_z\cdot\vec{\mathbf{k}}\right) = \frac{\partial E_\rho}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} + E_\rho\cdot\frac{d\vec{\mathbf{e}}_\rho}{d\varphi_E}\cdot\frac{d\varphi_E}{dt} + \frac{\partial E_\varphi}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + E_\varphi\cdot\frac{d\vec{\mathbf{e}}_\varphi}{d\varphi_E}\cdot\frac{d\varphi_E}{dt} + \frac{\partial E_z}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{k}} =$$

$$= \left[\frac{\partial E_\rho}{\partial t} - E_\varphi\cdot\omega_z(t,z)\right]\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} + \left[\frac{\partial E_\varphi}{\partial t} + E_\rho\cdot\omega_z(t,z)\right]\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + \frac{\partial E_z}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{k}}$$

$$\frac{d\vec{\mathbf{H}}}{dt} = \frac{d}{dt}\cdot\left(H_\rho\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho H} + H_\varphi\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi H} + H_z\cdot\vec{\mathbf{k}}\right) = \frac{\partial H_\rho}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho H} + H_\rho\cdot\frac{d\vec{\mathbf{e}}_\rho}{d\varphi_H}\cdot\frac{d\varphi_H}{dt} + \frac{\partial H_\varphi}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi H} + H_\varphi\cdot\frac{d\vec{\mathbf{e}}_{\varphi H}}{d\varphi_H}\cdot\frac{d\varphi_H}{dt} + \frac{\partial H_z}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{k}} =$$

$$= \left[\frac{\partial H_\rho}{\partial t} - H_\varphi\cdot\omega_z(t,z)\right]\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho H} + \left[\frac{\partial H_\varphi}{\partial t} + H_\rho\cdot\omega_z(t,z)\right]\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi H} + \frac{\partial H_z}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{k}}$$

$$\frac{d\vec{\mathbf{e}}_\rho}{dt} = \frac{d\vec{\mathbf{e}}_\rho}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt} = \vec{\mathbf{e}}_\varphi\cdot\frac{d\varphi}{dt} \quad , \quad \frac{d\vec{\mathbf{e}}_\varphi}{dt} = \frac{d\vec{\mathbf{e}}_\varphi}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt} = -\vec{\mathbf{e}}_\rho\cdot\frac{d\varphi}{dt} \quad , \quad \frac{d\varphi_E}{dt} = \frac{d\varphi_H}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} = \omega_z(t,z)$$

Jednadžbe polja putujućeg ravnog NEM vala u cilindričnom sustavu

Za tako definirane vektore jakosti EM polja putujućeg ravnog NEM vala u cilindričnom koordinatnom sustavu pripadne diferencijalne jednadžbe rotirajućeg, ili torzijski titrajućeg, **E** i **H** polja oko valne zrake, uz $\boldsymbol{\omega}_z = \omega_z(t, z)\cdot\mathbf{k}$, općenito jesu:

$$rot\,\vec{\mathbf{E}} = -\mu_0 \cdot \left[\frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t} + \vec{\omega}_z(t,z) \times \vec{\mathbf{H}} \right] = -\mu_0 \cdot \left[\frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t} + \frac{d\varphi_H}{dt} \cdot \left(\vec{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{H}} \right) \right] =$$

$$= -\mu_0 \cdot \left[\frac{\partial H_\rho}{\partial t} \cdot \vec{\mathbf{e}}_{\rho H} + \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} \cdot \vec{\mathbf{e}}_{\varphi H} + \frac{\partial H_z}{\partial t} \cdot \vec{\mathbf{k}} + \frac{d\varphi_H}{dt} \cdot \left(H_\rho \cdot \vec{\mathbf{e}}_{\varphi H} - H_\varphi \cdot \vec{\mathbf{e}}_{\rho H} \right) \right]$$

$$rot\,\vec{\mathbf{H}} = \varepsilon_0 \cdot \left[\frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \vec{\omega}_z(t,z) \times \vec{\mathbf{E}} \right] = \varepsilon_0 \cdot \left[\frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \frac{d\varphi_E}{dt} \cdot \left(\vec{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{E}} \right) \right] =$$

$$= \varepsilon_0 \cdot \left[\frac{\partial E_\rho}{\partial t} \cdot \vec{\mathbf{e}}_{\rho E} + \frac{\partial E_\varphi}{\partial t} \cdot \vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + \frac{\partial E_z}{\partial t} \cdot \vec{\mathbf{k}} + \frac{d\varphi_E}{dt} \cdot \left(E_\rho \cdot \vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} - E_\varphi \cdot \vec{\mathbf{e}}_{\rho E} \right) \right]$$

Raščlanjene jednadžbe polja NEM vala

$$rot\vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial E_\varphi}{\partial z}\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} + \left(\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho}\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + \left(\frac{E_\varphi}{\rho} + \frac{\partial E_\varphi}{\partial \rho}\right)\cdot\vec{\mathbf{k}} =$$

$$= -\mu_0\cdot\frac{d\vec{\mathbf{H}}}{dt} = -\mu_0\cdot\left(\frac{\partial H_\rho}{\partial t} - H_\varphi\cdot\omega_z\right)\cdot\underbrace{\vec{\mathbf{e}}_{\rho H}}_{\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E}} - \mu_0\cdot\left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial t} + H_\rho\cdot\omega_z\right)\cdot\underbrace{\vec{\mathbf{e}}_{\varphi H}}_{-\vec{\mathbf{e}}_{\rho E}} - \mu_0\cdot\frac{\partial H_z}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{k}} =$$

$$= \mu_0\cdot\left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial t} + H_\rho\cdot\omega_z\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} - \mu_0\cdot\left(\frac{\partial H_\rho}{\partial t} - H_\varphi\cdot\omega_z\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} - \mu_0\cdot\frac{\partial H_z}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{k}} =$$

$$\omega_z(t,z) = \frac{d\varphi_E}{dt} = \frac{d\varphi_H}{dt} = \frac{d\varphi}{dt}$$

$$rot\vec{\mathbf{H}} = -\frac{\partial H_\varphi}{\partial z}\cdot\underbrace{\vec{\mathbf{e}}_{\rho H}}_{\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E}} + \left(\frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho}\right)\cdot\underbrace{\vec{\mathbf{e}}_{\varphi H}}_{-\vec{\mathbf{e}}_{\rho E}} + \left(\frac{H_\varphi}{\rho} + \frac{\partial H_\varphi}{\partial \rho}\right)\cdot\vec{\mathbf{k}} =$$

$$= -\left(\frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho}\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z}\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + \left(\frac{H_\varphi}{\rho} + \frac{\partial H_\varphi}{\partial \rho}\right)\cdot\vec{\mathbf{k}}$$

$$= \varepsilon_0\cdot\frac{d\vec{\mathbf{E}}}{dt} = \varepsilon_0\cdot\left(\frac{\partial E_\rho}{\partial t} - E_\varphi\cdot\omega_z\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} + \varepsilon_0\cdot\left(\frac{\partial E_\varphi}{\partial t} + E_\rho\cdot\omega_z\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + \varepsilon_0\cdot\frac{\partial E_z}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{k}}$$

Jednadžbe skalarnih komponenti vektora polja NEM vala

Uvaživši da je $\mathbf{e}_{\rho H} = \mathbf{e}_{\varphi E}$ i $\mathbf{e}_{\varphi H} = -\mathbf{e}_{\rho E}$ usporedbom istovrsnih skalarnih članova na obje strane raščlanjenih operatorskih jednadžbi dobiva se sustav od šest parcijalnih diferencijalnih jednadžbi koje povezuju skalarne komponente vektora EM polja. Njima se pridružuje neupitan uvjet bezizvornosti magnetskog polja (*kontrola izračuna!*)

$$\frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = -\mu_0 \cdot \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial t} + H_\rho \cdot \omega_z \right) \quad , \quad \frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} = -\varepsilon_0 \cdot \left(\frac{\partial E_\rho}{\partial t} - E_\varphi \cdot \omega_z \right)$$

$$\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} = -\mu_0 \cdot \left(\frac{\partial H_\rho}{\partial t} - H_\varphi \cdot \omega_z \right) \quad , \quad \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = -\varepsilon_0 \cdot \left(\frac{\partial E_\varphi}{\partial t} + E_\rho \cdot \omega_z \right)$$

$$\frac{E_\varphi}{\rho} + \frac{\partial E_\varphi}{\partial \rho} = -\mu_0 \cdot \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad , \quad \frac{H_\varphi}{\rho} + \frac{\partial H_\varphi}{\partial \rho} = \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$div\,\vec{\mathbf{H}} = \frac{H_\rho}{\rho} + \frac{\partial H_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \cdot \underbrace{\frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi}}_{0} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = \frac{H_\rho}{\rho} + \frac{\partial H_\rho}{\partial \rho} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0$$

Iterativno određivanje skalarnih komponenti vektora EM polja NEM vala

- Za početak se pretpostavi da postoje samo poprečni vektori EM polja duž valne zrake, a njihove tangencijalne i uzdužne komponente jednake su nuli. Oba titraju sinusoidno te istovremeno oko nje rotiraju, ili torzijski titraju, pa stoga vrijedi:

$$\vec{\mathbf{E}}(\rho, z, t) = E_M(\rho)\cdot\sin(\omega\cdot t - k\cdot z)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} \quad , \quad E_M(\rho) \approx E_0\cdot\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^m \quad , \quad m = 0,1,2 \quad , \quad \varphi_E = f(t, z)$$

$$\vec{\mathbf{H}}(\rho, z, t) = H_M(\rho)\cdot\sin(\omega\cdot t - k\cdot z)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho H} \quad , \quad H_M(\rho) \approx H_0\cdot\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^n \quad , \quad n = 0,1,2 \quad , \quad \varphi_H = f(t, z) + \frac{\pi}{2}$$

- Uvrštenjem tih izraza u prvu i drugu Maxwellovu jednadžbu, ili u valne jednadžbe, te izjednačenjem istovrsnih skalarnih članova na lijevoj i desnoj strani dobivaju se jednadžbe koje povezuju skalarne komponente E_ρ, E_φ, E_z i H_∂, H_φ, H_z čiji vektorski zbroj daje **E** i **H** na promatranom mjestu T(ρ,z) u trenutku *t*.

- Iz njih se za promatrani model NEM vala iterativno određuju preostale četiri skalarne komponente E_φ, E_z te H_φ i H_z, a zatim se vektorski pribrajaju na E_ρ i H_ρ da bi se dobilo vektore **E** i **H** u aktualnoj iteraciji.

- Taj postupak se ponavlja sve dok se sustav skalarnih komponenti vektora EM polja ne uravnoteži. Pri tom se kontrolira temeljni uvjet $div\,\mathbf{H} = 0$.

Poyntingov vektor NEM vala

Poyntingov vektor **P** gustoće toka energije putujućeg ravnog NEM vala u promatranoj točki T(ρ,z) u prostoru oko valne zrake određen je vektorskim umnoškom trenutnih vektora jakosti EM polja. Uvaživši da je $\mathbf{E} = E_\rho \cdot \mathbf{e}_{\rho E} + E_\varphi \cdot \mathbf{e}_{\varphi E} + E_z \cdot \mathbf{k}$ te da je $\mathbf{e}_{\rho H} = \mathbf{e}_{\varphi E}$ i $\mathbf{e}_{\varphi H} = -\mathbf{e}_{\rho E}$ tada za vektor **H** vrijedi: $\mathbf{H} = H_\rho \cdot \mathbf{e}_{\rho H} + H_\varphi \cdot \mathbf{e}_{\varphi H} + H_z \cdot \mathbf{k} = -H_\varphi \cdot \mathbf{e}_{\rho E} + H_\rho \cdot \mathbf{e}_{\varphi E} + H_z \cdot \mathbf{k}$. Iz toga slijedi:

$$\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{H}} = \begin{vmatrix} \vec{\mathbf{e}}_{\rho E} & \vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} & \vec{\mathbf{k}} \\ E_\rho & E_\varphi & E_z \\ -H_\varphi & H_\rho & H_z \end{vmatrix} = \left(E_\varphi \cdot H_z - E_z \cdot H_\rho\right) \cdot \vec{\mathbf{e}}_{\rho E} - \left(E_\rho \cdot H_z + E_z \cdot H_\varphi\right) \cdot \vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + \left(E_\rho \cdot H_\rho + E_\varphi \cdot H_\varphi\right) \cdot \vec{\mathbf{k}}$$

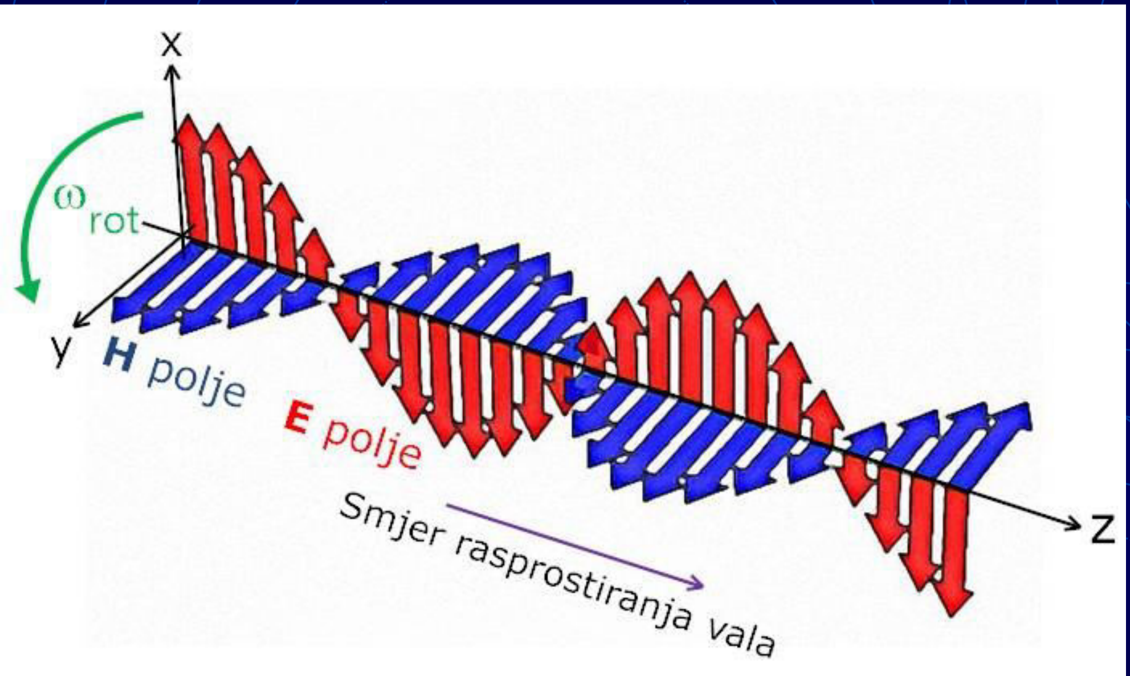
Za razliku od jednokomponentnog Poyntingova vektora TVEM vala usmjerenog duž valne zrake Poyntingov vektor NEM vala, općenito uzevši, ima tri komponente:

P_ρ – radijalnu komponentu toka energije (*postranična emisija ili apsorpcija*) zbog postojanja uzdužnih i tangencijalnih komponenti EM polja,

P_φ – tangencijalnu komponentu toka energije u prostoru oko valne zrake te

P_z – uzdužnu komponentu toka energije u smjeru širenja vala.

Ravan kompaktno rotirajući (*kružno polariziran*) TVEM val

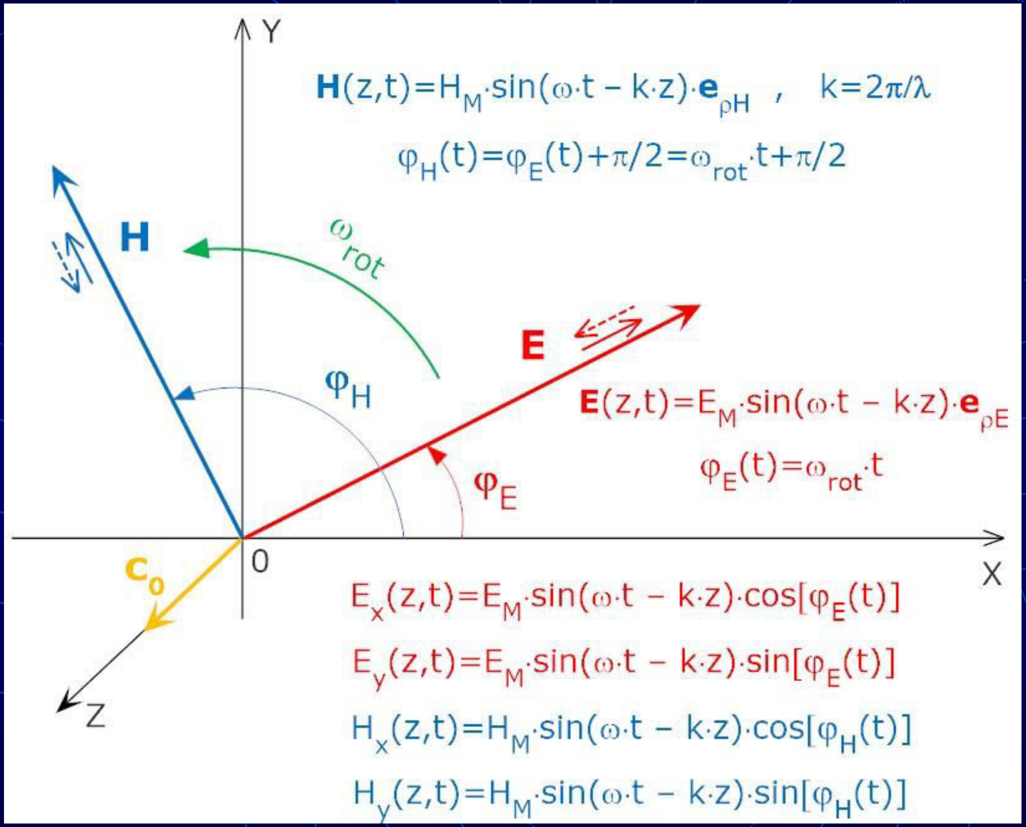


Dobiva se ako uzajamno okomite polarizacijske ravnine vektora **E** i **H** polja ravnog putujućeg TVEM vala, koji titraju poprečno na valnu zraku (*Z* os) frekvencijom f, zarotiraju kruto oko nje [*desno* (+) *ili lijevo* (-)] kutnom brzinom $\omega_{rot} = 2 \cdot \pi \cdot f_{rot} << \omega$

$\varphi_E(t) = \omega_{rot} \cdot t \;\;,\;\; \varphi_H(t) = \varphi_E(t) + \pi/2 \;\;\rightarrow$ trenutni polarni kutovi vektora EM polja

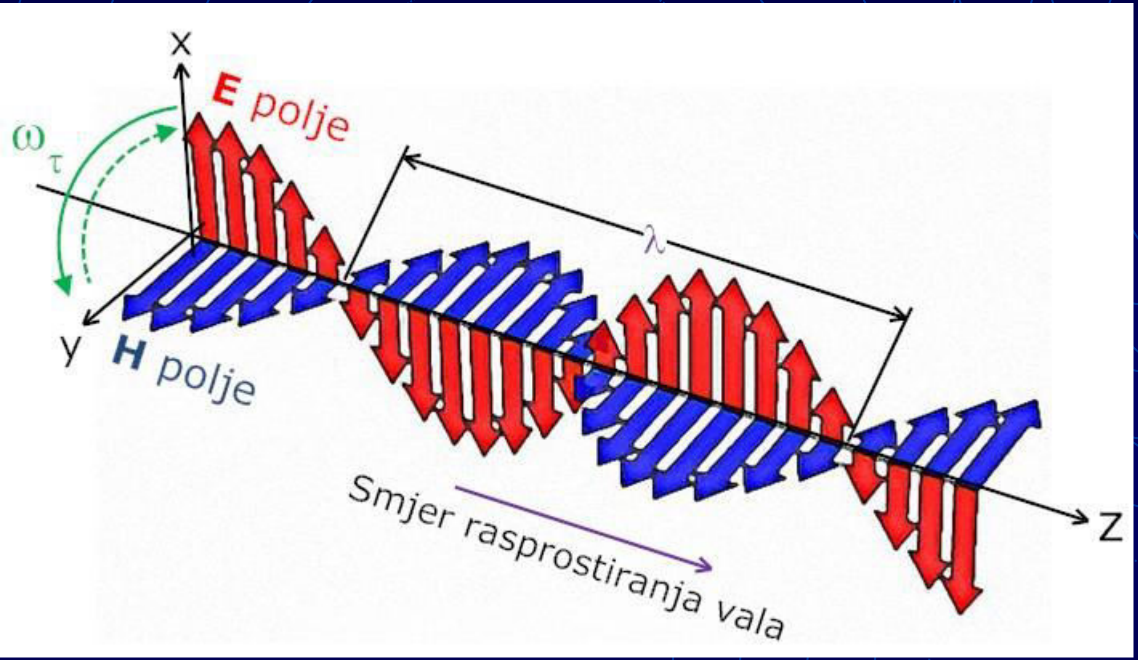
$\omega_Z = \dfrac{d\varphi_E}{dt} = \dfrac{d\varphi_H}{dt} = \omega_{rot} \;\;\rightarrow$ kutna brzina rotacije vektora EM polja

Poprečni vektori jakosti polja ravnog kompaktno rotirajućeg TVEM vala



Kod ravnog kompaktno rotirajućeg TVEM vala uzajamno okomiti poprečni vektori **E** i **H** jakosti EM polja sinkrono titraju poprečno na *Z* os te istovremeno rotiraju oko nje kutnom brzinom $\omega_{rot}=2\cdot\pi\cdot f_{rot}$

Ravan torzijski kompaktno titrajući putujući TVEM val

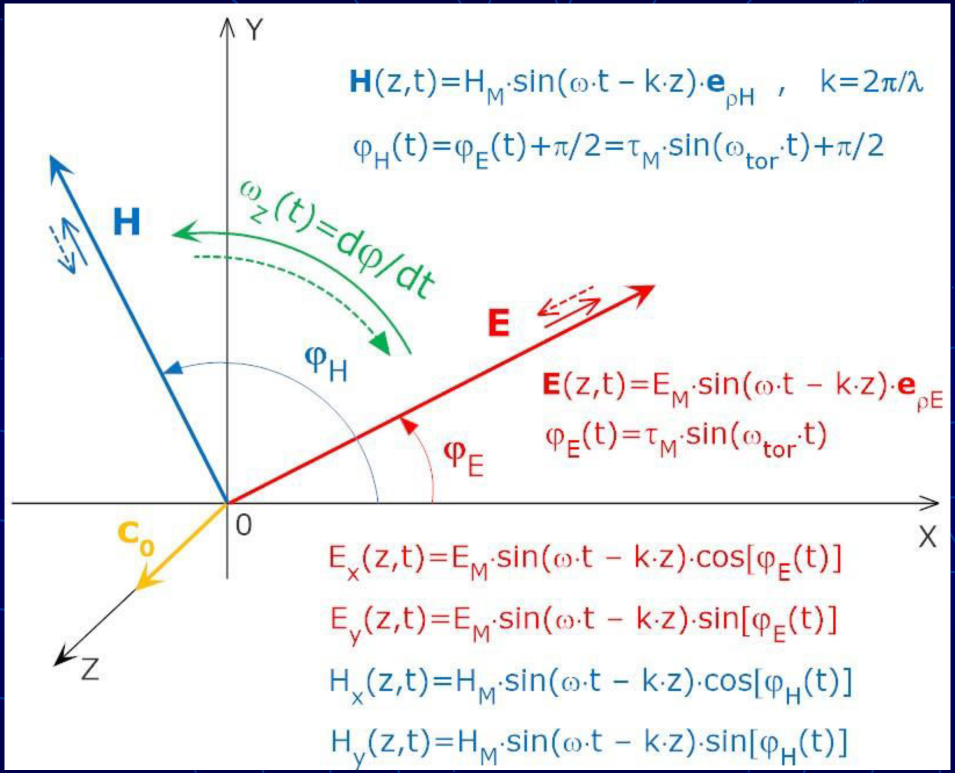


Dobiva se ako uzajamno okomite polarizacijske ravnine vektora **E** i **H** polja ravnog putujućeg TVEM vala, koji titraju poprečno na Z os frekvencijom f, zatitraju i torzijski kruto (*kompaktno*) oko nje frekvencijom $f_{tor} \ll f$ uz amplitudu τ_M.

$$\varphi_E(t) = \tau_M \cdot \sin(\omega_{tor} \cdot t) \quad , \quad \varphi_H(t) = \varphi_E(t) + \pi/2 \quad \rightarrow \quad \text{torzijske elongacije}$$

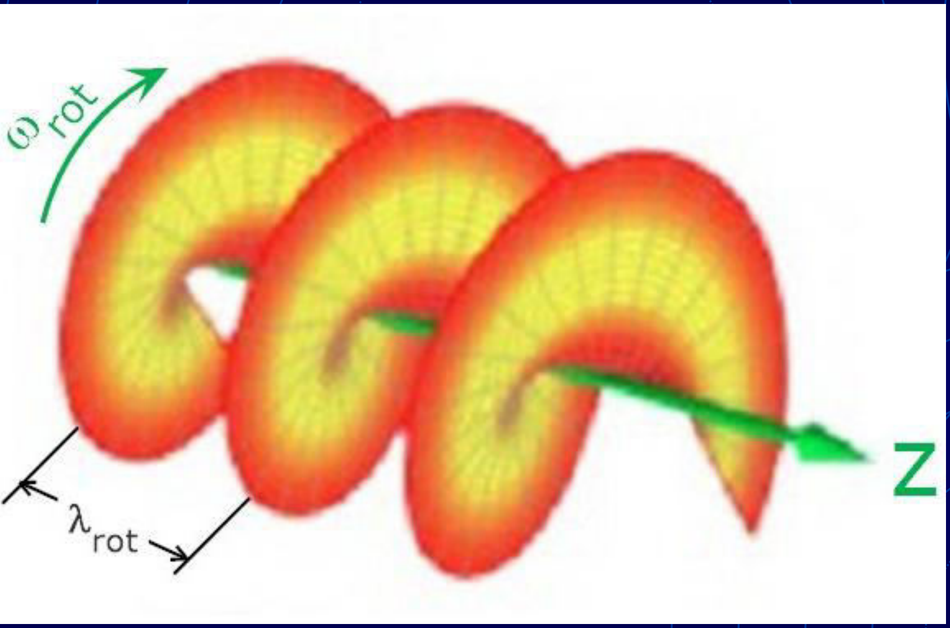
$$\omega_Z(t) = \frac{d\varphi_E}{dt} = \frac{d\varphi_H}{dt} = \tau_M \cdot \omega_{tor} \cdot \cos(\omega_{tor} \cdot t) \quad \rightarrow \quad \text{torzijska kutna brzina}$$

Poprečni vektori EM polja ravnog torzijski kompaktno titrajućeg vala



Kod ravnog torzijski kompaktno titrajućeg TVEM vala uzajamno okomiti poprečni vektori **E** i **H** jakosti EM polja sinkrono titraju poprečno na *Z* os te istovremeno torzijski kruto titraju oko nje kružnom frekvencijom $\omega_{tor} << \omega$ uz amplitudu τ_M.

Ravan spiralno rotirajući val
(*Kružno polariziran helikoidalan val*)

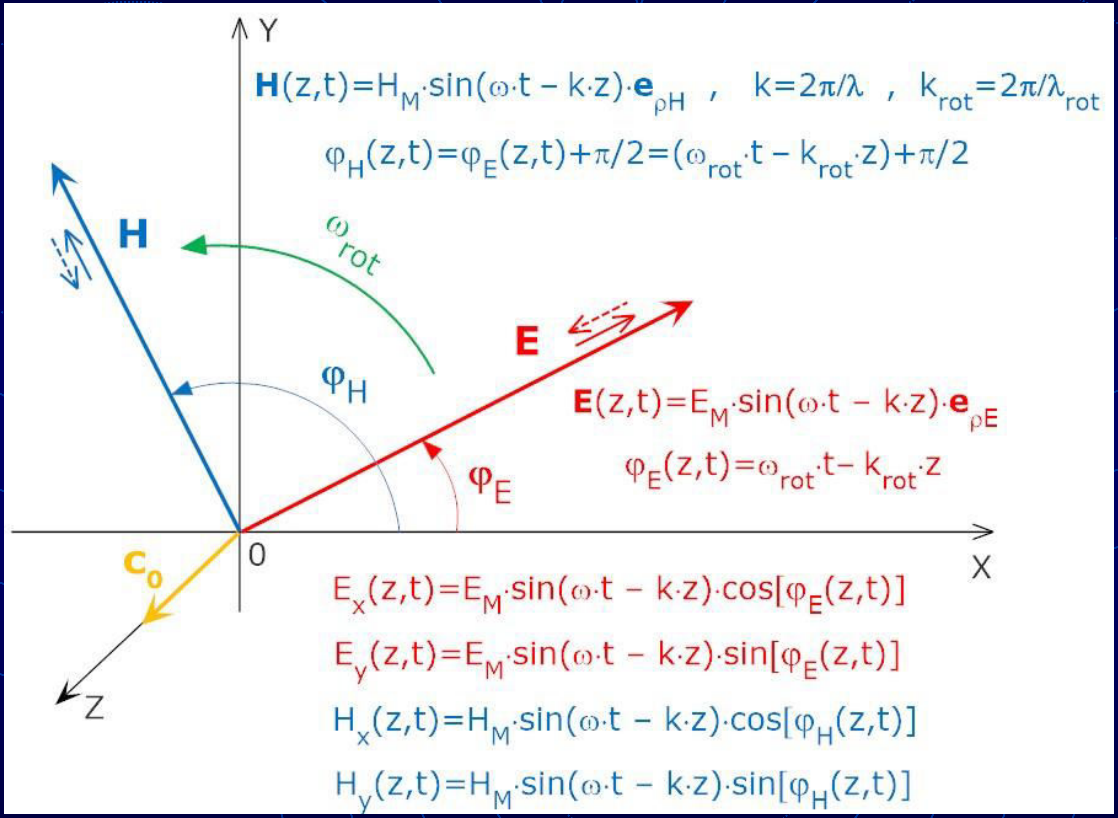


Nastaje ako uzajamno okomiti poprečni vektori **E** i **H** polja ravnog TVEM vala, koji titraju poprečno na *Z* os frekvencijom f, zarotiraju elastično oko nje [*desno* (+) *ili* *lijevo* (-)] kružnom frekvencijom $\omega_{rot} = 2\pi \cdot f_{rot}$ uz korak ovijanja λ_{rot} koji određuje uzdužnu periodu ovijanja vektora EM polja oko valne zrake.

$\varphi_E(t,z) = \omega_{rot} \cdot t - k_{rot} \cdot z \;,\; \varphi_H(t,z) = \varphi_E(t,z) + \pi/2$ $\rightarrow$ trenutni lokalni kutovi polarizacije EM polja

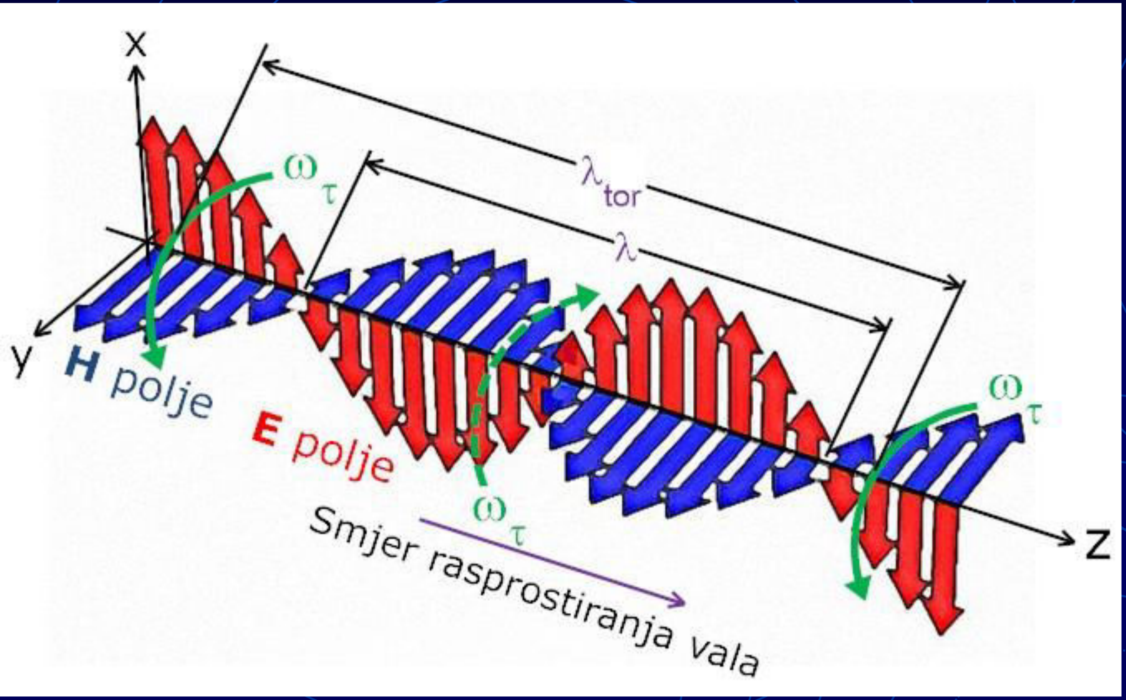
$k_{rot} = \dfrac{2 \cdot \pi}{\lambda_{rot}} \;,\; \omega_z(t,z) = \dfrac{d\varphi_E}{dt} = \dfrac{d\varphi_H}{dt} = \omega_{rot}$ $\rightarrow$ kutna brzina rotacije lokalnih vektora EM polja

Poprečni vektori EM polja ravnog spiralno rotirajućeg vala



Kod ravnog spiralno rotirajućeg vala uzajamno okomiti vektori **E** i **H** polja, koji sinkrono titraju poprečno na *Z* os, istovremeno rotiraju elastično oko nje kružnom frekvencijom ω_{rot} uz korak ovijanja λ_{rot}.

Ravan torzijski elastično titrajući val

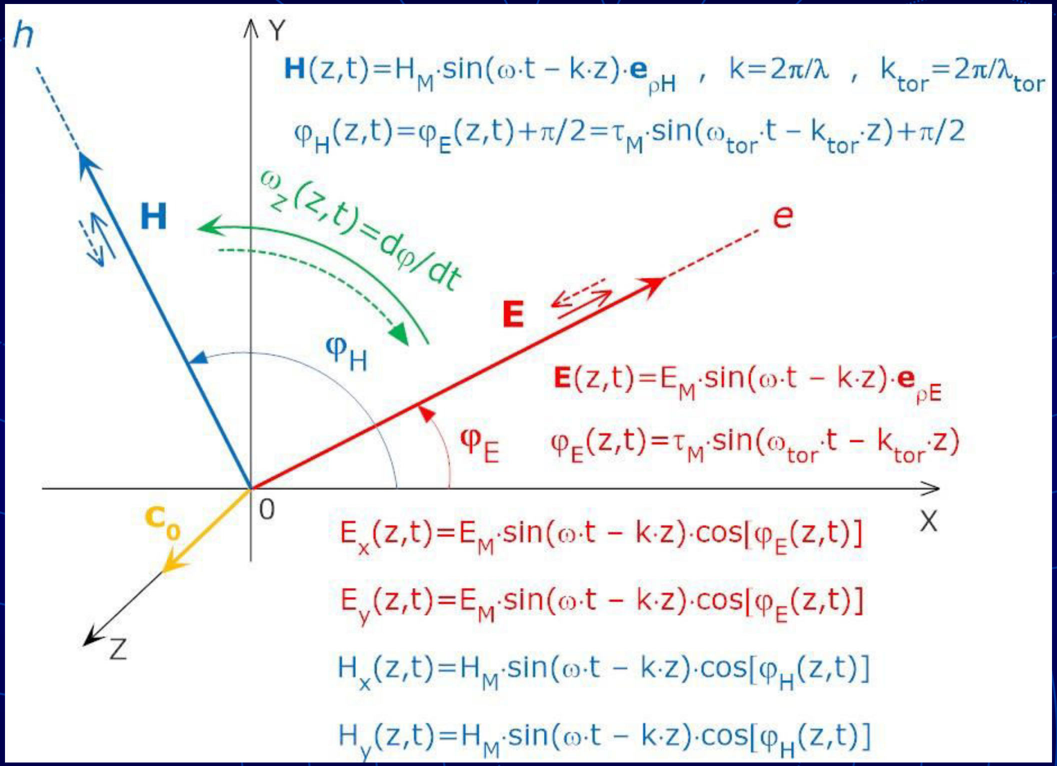


Nastaje ako uzajamno okomiti poprečni vektori **E** i **H** polja ravnog TVEM vala, koji titraju poprečno na z-os frekvencijom f, zatitraju torzijski elastično oko nje frekvencijom f_{tor} uz amplitudu τ_M i pripadnu valnu duljinu uvijanja λ_{tor} koja se općenito razlikuje od njegove valne duljine λ.

$$\varphi_E(t,z) = \tau_M \cdot \sin(\omega_{tor} \cdot t - k_{tor} \cdot z) \quad , \quad \varphi_H(t,z) = \varphi_E(t,z) + \pi/2 \quad \rightarrow \quad \text{torzijske elongacije}$$

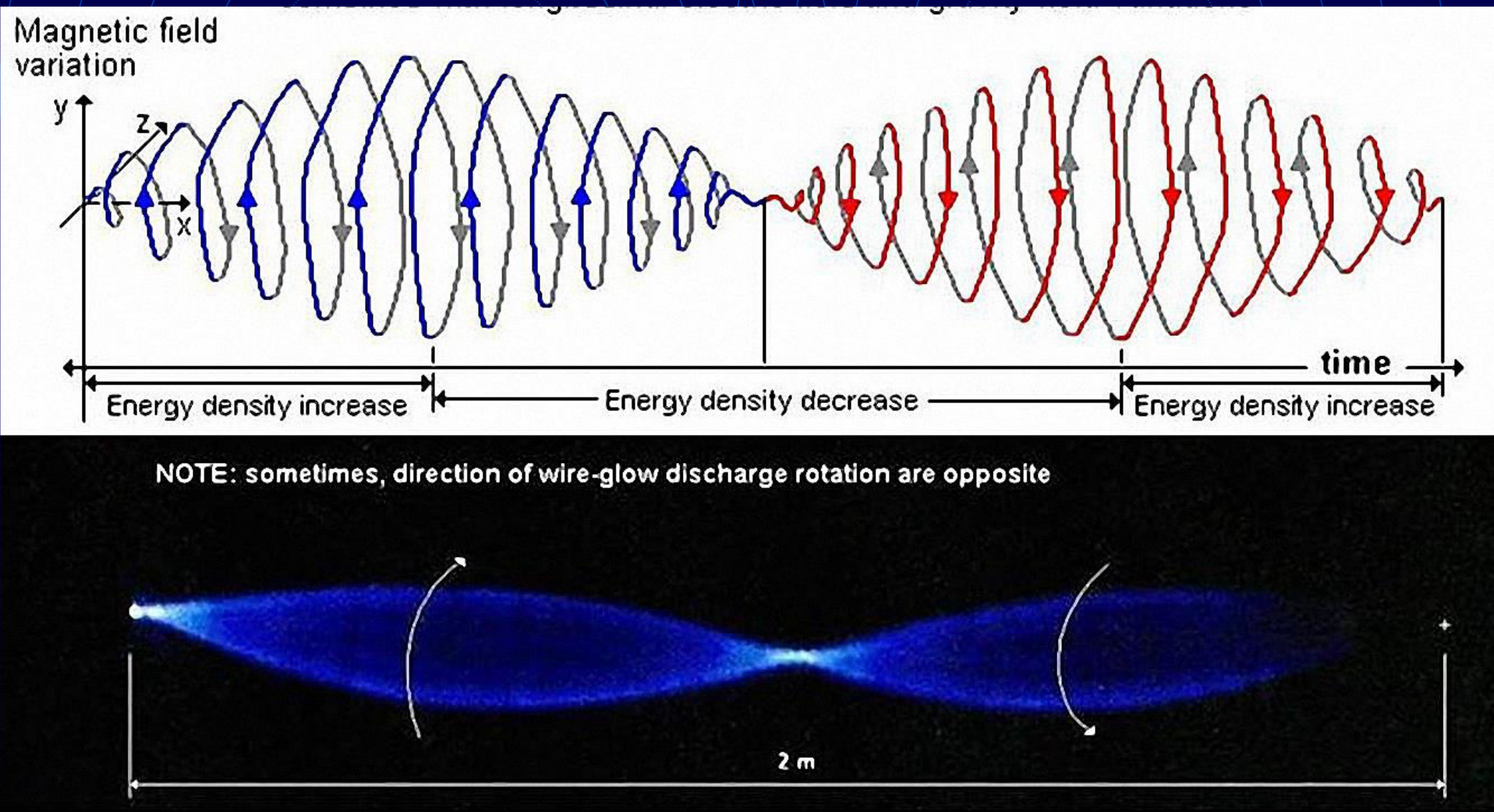
$$\omega_z(t,z) = \frac{d\varphi_E}{dt} = \frac{d\varphi_H}{dt} = \tau_M \cdot \omega_{tor} \cdot \cos(\omega_{tor} \cdot t - k_{tor} \cdot z) \quad \rightarrow \quad \text{torzijska kutna brzina}$$

Poprečni vektori EM polja ravnog torzijski elastično titrajućeg vala



Kod ravnog torzijski elastično titrajućeg vala uzajamno okomiti vektori **E** i **H** polja, koji sinkrono titraju poprečno na valnu zraku (Z os), istovremeno titraju i torzijski elastično oko nje kružnom frekvencijom ω_{tor} uz amplitudu τ_M i pripadnu valnu duljinu torzijskog titranja λ_{tor}.

Torzijski elastično titrajući val u prikazu inž. Gorana Marjanovića iz Beograda



Tko hoće – može!

D. Bazjanac

NEM valovi – što i kako dalje?

Klasična elektrodinamika još nije potpuna ni zaokružena teorija!

Neupitno postojanje i velika rasprostranjenost NEM valova i EM vrtloga u prirodi nalaže kritičko preispitivanje klasične elektrodinamike koja se zasniva samo na izravnoj promjeni u vremenu ($\partial/\partial t$) nepomičnih vektora EM polja TVEM vala, a ne uvažava se mogućnost da oni, uz poprečno titranje, istovremeno mogu postranično rotirati, ili torzijski titrati, u poprečnoj ravnini (*valnoj fronti*) oko valne zrake.

Stoga klasičnu elektrodinamiku neodložno treba nadograditi na općenitiju i dalekosežniju elektrodinamiku funkcionalno složenih NEM valova i EM vrtloga s **postranično brzo pomičnim vektorima**.

Nehercijanska elektrodinamika je veoma perspektivno područje istraživanja koje predstoji fizici i elektrotehnici. Ona u početnoj (*matematičkoj*) istraživačkoj fazi ne iziskuje gotovo nikakva novčana ni materijalna sredstva – potrebni su samo: odlučnost, dobra volja, jasna vizija, sustavnost i ustrajnost!

Istraživanje svojstava torzijskih valova matematičkim modeliranjem

Prilikom preliminarnog istraživanja torzijskih valova sofisticiranim matematičkim modeliranjem (Mathcad, Matlab itd.) prvenstveno bi trebalo ispitati je li amplituda τ_M torzijskog titranja stabilna veličina, ili se smanjuje s udaljenošću od emitera, poput jakosti EM polja kod TVEM valova.

Ako je ona stabilna torzijski valovi mogli bi biti nova zanimljiva mogućnost za bežični prijenos signala složenom modulacijom.

Ukoliko se torzijska amplituda τ_M smanjuje s udaljenošću to bi moglo značiti da ti valovi, povećanjem udaljenosti od emitera, postupno degeneriraju u TVEM valove pa bi stoga mogli biti od interesa za tehnološke ili medicinske namjene. Također treba iznaći način njihova pridobivanja.

U Rusiji je, primjerice, unazad 20-ak godine već eksperimentalno veoma dobro istraženo osebujno EM polje piramida čija se snažna emisija NEM valova, koji lakoćom prodiru duboko u tlo, već godinama uspješno koristi za pospješivanje crpljenja nafte uslijed smanjenja njezine viskoznosti.

NEM valovi u kvantnoj elektrodinamici predstavljaju izazov za fiziku!

Ruski istraživači osebujnog mirujućeg vrtložnog EM polja koje u svojoj nutrini spontano generiraju pravilno pozicionirane dielektrične piramide i stošci eksperimentalno su utvrdili da se u njemu, uz već utvrđene njegove brojne efekte na makroskopskoj razini, **poluvrijeme raspada radioaktivnih tvari približno udvostručuje**, što rječito govori da ono **prodire u atome i djeluje stabilizirajuće na njihove jezgre!**

Stoga bi bilo veoma zanimljivo makroskopske kontinuirane NEM valove *"spustiti"* na razinu kvantne (*stohastičke*) elektrodinamike i odgovarajuće ju razraditi (*kvantiziranost i nasumičnost rotacije i torzije*) da bi se i s tog aspekta sagledalo moguće implikacije na postojeći koncept temeljne dinamike kvantnog vakuuma.

Također bi valjalo istražiti kako izgledaju kvanti osnovnih tipova NEM valova i što ih određuje?

Matematičke podloge

Parcijalno i ukupno diferenciranje općih funkcija polja NEM valova

Neka je F[$x(t)$, $y(t)$ $z(t)$, t] opći oblik neprekidne diferencijabilne složene (*kompozitne*) funkcije kakvom su u Kartezijevom koordinatnom sustavu općenito definirane skalarne komponente vektora jakosti EM polja koje se translacijski postranično giba. Po pravilima diferenciranja tako strukturirane funkcije vrijedi:

$$\frac{\partial}{\partial x}\cdot F\left[x(t),y(t),z(t),t\right]=\frac{\partial F}{\partial x}\quad,\quad\frac{\partial}{\partial y}\cdot F\left[x(t),y(t),z(t),t\right]=\frac{\partial F}{\partial y}\quad,\quad\frac{\partial}{\partial z}\cdot F\left[x(t),y(t),z(t),t\right]=\frac{\partial F}{\partial z}$$

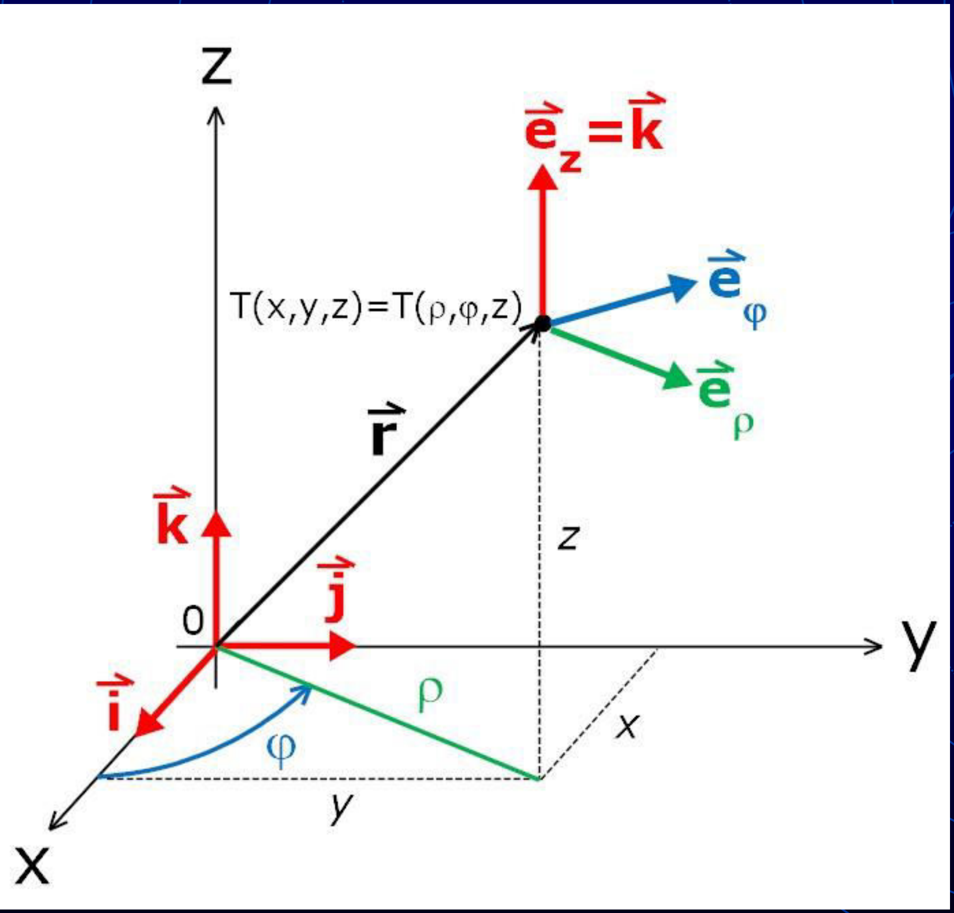
$$\frac{\partial}{\partial t}\cdot F\left[x(t),y(t),z(t),t\right]=\frac{\partial F}{\partial t}\quad,\quad\frac{d}{dt}\cdot F\left[x(t),y(t),z(t),t\right]=\frac{dF}{dt}=\frac{\partial F}{\partial x}\cdot\frac{dx}{dt}+\frac{\partial F}{\partial y}\cdot\frac{dy}{dt}+\frac{\partial F}{\partial z}\cdot\frac{dz}{dt}+\frac{\partial F}{\partial t}$$

Valja uočiti da parcijalno diferenciranje, za razliku od ukupnog, **ne uvažava međuovisnosti varijabli** x, y i z o t! Ako je F[x, y, z, t] opći oblik funkcije skalarnih komponenti nepokretnog dinamičkog EM polja tada posve općenito vrijedi:

$$\frac{d}{dt}\cdot F\left(x,y,z,t\right)=\frac{dF}{dt}=\frac{\partial F}{\partial t}\cdot\underbrace{\frac{dt}{dt}}_{=1}=\frac{\partial F}{\partial t}\quad\rightarrow\quad\frac{dF}{dt}=\frac{\partial F}{\partial t}$$

pa se stoga zamjenom operatora $\partial/\partial t$ operatorom d/dt u prvoj i drugoj Maxwellovoj jednadžbi, bez posljedica, bitno povećava njihov doseg i mogućnosti primjene!

Koordinate i jedinični vektori cilindričnog sustava



ρ – polumjer

φ – polarni kut

z – aplikata

$$\vec{e}_\rho(\varphi) = \cos\varphi \cdot \vec{i} + \sin\varphi \cdot \vec{j}$$

$$\vec{e}_\varphi(\varphi) = -\sin\varphi \cdot \vec{i} + \cos\varphi \cdot \vec{j}$$

$$\vec{i} = \cos\varphi \cdot \vec{e}_\rho - \sin\varphi \cdot \vec{e}_\varphi$$

$$\vec{j} = \sin\varphi \cdot \vec{e}_\rho + \cos\varphi \cdot \vec{e}_\varphi$$

$$\vec{r} = \rho \cdot \vec{e}_\rho + z \cdot \vec{k}$$

Osobine jediničnih vektora cilindričnog koordinatnog sustava

$$\vec{\mathbf{e}}_\rho \times \vec{\mathbf{e}}_\varphi = \vec{\mathbf{k}} \quad , \quad \vec{\mathbf{e}}_\varphi \times \vec{\mathbf{k}} = \vec{\mathbf{e}}_\rho \quad , \quad \vec{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{e}}_\rho = \vec{\mathbf{e}}_\varphi$$

$$\vec{\mathbf{e}}_\rho \cdot \vec{\mathbf{e}}_\varphi = 0 \quad , \quad \vec{\mathbf{e}}_\varphi \cdot \vec{\mathbf{k}} = 0 \quad , \quad \vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{e}}_\rho = 0$$

Pri diferenciranju vektora **E** i **H** nehercijanskog vala ili kinetičkog polja po dinamičkoj koordinati $\varphi(t)$ ili $\varphi(t,z)$ cilindričnog koordinatnog sustava treba uvažiti da pri prijelazu iz jedne točke u drugu lokalni jedinični vektori $\vec{\mathbf{e}}_\rho$ i $\vec{\mathbf{e}}_\varphi$, za razliku od fiksnog osnog jediničnog vektora $\vec{\mathbf{e}}_z = \vec{\mathbf{k}}$, **neprestance mijenjaju smjer** zbog rotacije, ili torzijskog titranja, oko Z osi lokalnih vektora jakosti EM polja, ali pri tom svi uvijek ostaju međusobno okomiti.

Derivacije lokalnih jediničnih vektora cilindričnog koordinatnog sustava

Lokalne jedinične vektore $\vec{\mathbf{e}}_\rho$, $\vec{\mathbf{e}}_\varphi$, $\vec{\mathbf{e}}_z$ cilindričnog i fiksne jedinične vektore $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$ Kartezijevog koordinatnog sustava povezuju vektorski izrazi:

$$\vec{\mathbf{e}}_\rho(\varphi) = \cos\varphi \cdot \vec{\mathbf{i}} + \sin\varphi \cdot \vec{\mathbf{j}} \ , \ \vec{\mathbf{e}}_\varphi(\varphi) = -\sin\varphi \cdot \vec{\mathbf{i}} + \cos\varphi \cdot \vec{\mathbf{j}} \ , \ \vec{\mathbf{e}}_z = \vec{\mathbf{k}}$$

$$\frac{d}{d\varphi} \cdot \vec{\mathbf{e}}_\rho(\varphi) = \frac{d\vec{\mathbf{e}}_\rho}{d\varphi} = -\sin\varphi \cdot \vec{\mathbf{i}} + \cos\varphi \cdot \vec{\mathbf{j}} = \vec{\mathbf{e}}_\varphi(\varphi)$$

$$\frac{d}{d\varphi} \cdot \vec{\mathbf{e}}_\varphi(\varphi) = \frac{d\vec{\mathbf{e}}_\varphi}{d\varphi} = -\cos\varphi \cdot \vec{\mathbf{i}} - \sin\varphi \cdot \vec{\mathbf{j}} = -\vec{\mathbf{e}}_\rho(\varphi)$$

Derivacije jediničnih vektora $\vec{\mathbf{e}}_\rho$ i $\vec{\mathbf{e}}_\varphi$ po koordinatama ρ i z , kao i derivacije fiksnog osnog jediničnog vektora $\vec{\mathbf{e}}_z = \vec{\mathbf{k}}$ po koordinatama ρ, φ i z, su nulvektori!

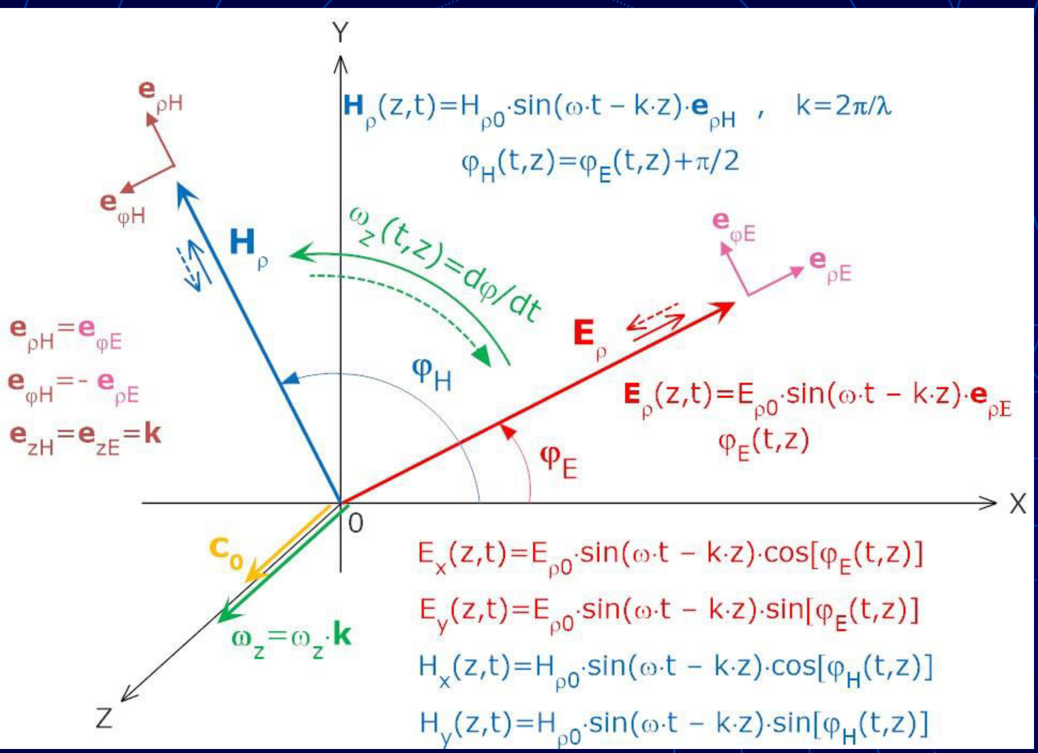
Usklađivanje jediničnih vektora EM polja cilindričnog sustava

Specifičnost polarnog i cilindričnog koordinatnog sustava jest da u njima jedinični vektori $\mathbf{e}_{\rho}$ i $\mathbf{e}_{\varphi}$ nisu fiksni. Oni su ovisni o trenutnoj poziciji promatranog vektora polja. To ne predstavlja poteškoću u mehanici kontinua gdje se promatra polje brzina i iz njega određeno polje ubrzanja.

No, kod dinamičkih EM polja razmatraju se istovremeno na istom mjestu pripadni vektori jakosti električnog i magnetskog polja koji su uvijek međusobno okomiti pa stoga svaki za sebe ima svoje jedinične vektore $\mathbf{e}_{\rho E}$ i $\mathbf{e}_{\varphi E}$ te $\mathbf{e}_{\rho H}$ i $\mathbf{e}_{\varphi H}$.

Zbog toga je prije usporedbe skalarnih komponenti na lijevoj i desnoj strani prvih dviju Maxwellovih jednadžbi nužno uskladiti jedinične vektore oba polja. Za to postoje dvije mogućnosti pa stoga treba odrediti koja od njih je ispravna!

Usklađivanje jediničnih vektora EM polja cilindričnog sustava



Budući da su jedinični vektori cilindričnog sustava $\mathbf{e}_\rho$ i $\mathbf{e}_\varphi$ fluktuirajući dilema je: da li uspoređivati skalarne komponente u vektorskim jednadžbama EM polja uz pretpostavku da je:

$$\mathbf{e}_{\rho E}=\mathbf{e}_{\rho H}=\mathbf{e}_\rho \quad \text{i} \quad \mathbf{e}_{\varphi E}=\mathbf{e}_{\varphi H}=\mathbf{e}_\varphi$$

(*mogućnost 1*)

ili prije njihove usporedbe treba uvažiti očitu činjenicu da je:

$$\mathbf{e}_{\rho H}=\mathbf{e}_{\varphi E} \quad \text{i} \quad \mathbf{e}_{\varphi H}=-\,\mathbf{e}_{\rho E}$$

(*mogućnost 2*)

$$\vec{\mathbf{E}}=E_\rho\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E}+E_\varphi\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E}+E_z\cdot\vec{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{H}}=H_\rho\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho H}+H_\varphi\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi H}+E_z\cdot\vec{\mathbf{k}}=\underbrace{-H_\varphi\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E}+H_\rho\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E}+H_z\cdot\vec{\mathbf{k}}}_{mogućnost\,2}$$

Usklađivanje jediničnih vektora EM polja cilindričnog sustava

Da bi se utvrdilo koja od dviju mogućnosti je ispravna potrebno je načiniti kraću analizu. Budući da su vektori **E**$_\rho$ i **H**$_\rho$ međusobno okomiti treba provjeriti njihov skalarni i vektorski produkt za obje mogućnosti:

$$\vec{\mathbf{E}}_\rho \cdot \vec{\mathbf{H}}_\rho = \begin{cases} E_\rho \cdot H_\rho \cdot \left(\vec{\mathbf{e}}_\rho \cdot \vec{\mathbf{e}}_\rho\right) = E_\rho \cdot H_\rho \neq 0 & \rightarrow \quad \text{mogućnost 1} \quad \text{NE!} \\ E_\rho \cdot H_\rho \cdot (\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} \cdot \underbrace{\vec{\mathbf{e}}_{\rho H}}_{\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E}}) = 0 & \rightarrow \quad \text{mogućnost 2} \quad \text{DA!} \end{cases}$$

$$\vec{\mathbf{E}}_\rho \times \vec{\mathbf{H}}_\rho = \begin{cases} E_\rho \cdot H_\rho \cdot \left(\vec{\mathbf{e}}_\rho \times \vec{\mathbf{e}}_\rho\right) = 0 & \rightarrow \quad \text{mogućnost 1} \quad \text{NE!} \\ E_\rho \cdot H_\rho \cdot (\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} \times \underbrace{\vec{\mathbf{e}}_{\rho H}}_{\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E}}) = E_\rho \cdot H_\rho \cdot \vec{\mathbf{k}} & \rightarrow \quad \text{mogućnost 2} \quad \text{DA!} \end{cases}$$

Dobiveni rezultati jasno upućuju da je prije usporedbe skalarnih komponenti na lijevoj i desnoj strani prvih dviju Maxwellovih jednadžbi nužno uskladiti jedinične vektore **e**$_\rho$ i **e**$_\varphi$ za oba polja. Pri tom se, kao referentni, uzimaju jedinični vektori **e**$_{\rho E}$ i **e**$_{\varphi E}$ vektora jakosti električnog polja **E** i zatim se njima iskažu jedinični vektori **e**$_{\rho H}$ i **e**$_{\varphi H}$ vektora **H**.

Ukupna brzina promjene u vremenu vektora EM polja NEM vala

Za NEM val koji rotira, ili torzijski titra, oko valne zrake (Z osi) vrijedi $\boldsymbol{\omega}_z = \omega_z(t, z)\cdot\mathbf{k}$, što daje specijalizirane izraze za određivanje brzine ukupne promjene u vremenu njegovih trokomponentnih vektora jakosti EM polja u cilindričnom koordinatnom sustavu u općem obliku:

$$\frac{d\vec{\mathbf{E}}}{dt} = \frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \vec{\omega}_z \times \vec{\mathbf{E}} = \frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \omega_z \cdot \left(\vec{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{E}}\right) = \frac{\partial E_\rho}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} + \frac{\partial E_\varphi}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + \frac{\partial E_z}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{k}} + \omega_z \cdot \vec{\mathbf{k}} \times \left(E_\rho \cdot \vec{\mathbf{e}}_{\rho E} + E_\varphi \cdot \vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + E_z \cdot \vec{\mathbf{k}}\right) =$$

$$= \frac{\partial E_\rho}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} + \frac{\partial E_\varphi}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + \frac{\partial E_z}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{k}} + \omega_z \cdot \left(E_\rho \cdot \vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} - E_\varphi \cdot \vec{\mathbf{e}}_{\rho E}\right) =$$

$$= \left(\frac{\partial E_\rho}{\partial t} - \omega_z \cdot E_\varphi\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} + \left(\frac{\partial E_\varphi}{\partial t} + \omega_z \cdot E_\rho\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} + \frac{\partial E_z}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{e}}_{\rho E} = \vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} \quad , \quad \vec{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{e}}_{\varphi E} = -\vec{\mathbf{e}}_{\rho E} \quad , \quad \vec{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{k}} = \vec{0} \quad , \quad \omega_z\left(t, z\right) = \frac{d\varphi_E}{dt} = \frac{d\varphi_H}{dt}$$

Na istovjetan način se za pridruženi vektor magnetskog polja dobiva:

$$\frac{d\vec{\mathbf{H}}}{dt} = \left(\frac{\partial H_\rho}{\partial t} - \omega_z \cdot H_\varphi\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\rho H} + \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial t} + \omega_z \cdot H_\rho\right)\cdot\vec{\mathbf{e}}_{\varphi H} + \frac{\partial H_z}{\partial t}\cdot\vec{\mathbf{k}}$$

Operatorski izraz $\vec{\mathbf{v}}\cdot\nabla$ i njegov smisao

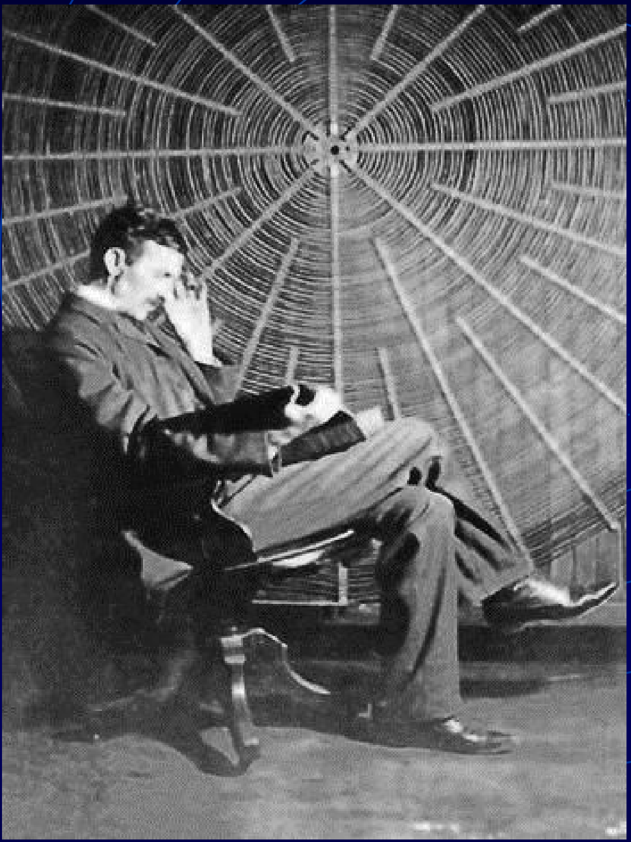
Skalarni produkt vektora lokalne brzine gibanja $\vec{\mathbf{v}}$ s operatorom ∇ (*nabla*)

$$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}\cdot\nabla = \vec{\mathbf{v}}\cdot\nabla = \left(v_x\cdot\vec{\mathbf{i}} + v_y\cdot\vec{\mathbf{j}} + v_z\cdot\vec{\mathbf{k}}\right)\cdot\left(\vec{\mathbf{i}}\cdot\frac{\partial}{\partial x} + \vec{\mathbf{j}}\cdot\frac{\partial}{\partial y} + \vec{\mathbf{k}}\cdot\frac{\partial}{\partial z}\right) =$$

$$= \vec{\mathbf{v}}\cdot\nabla = v_x\cdot\frac{\partial}{\partial x} + v_y\cdot\frac{\partial}{\partial y} + v_z\cdot\frac{\partial}{\partial z}$$

predstavlja operator gradijenta vektorskog polja po vektoru brzine $\vec{\mathbf{v}}$ u Kartezijevom pravokutnom koordinatnom sustavu.

Njime se određuje **neizravna promjena u vremenu** lokalnih vektora polja zbog pomicanja njihovog trenutnog hvatišta (*točke promatranja*) $\mathrm{T}[x(t), y(t), z(t)]$ brzinom $\vec{\mathbf{v}}$.



Sadašnjost je njihova, ali budućnost, za koju sam tako naporno radio, je moja.

U pogledu postojanja nehercijanskih valova Nikola Tesla je očito bio u pravu!

Poruka istraživačima koji će taj rad nastaviti i privesti ga kraju

Gdje ja stadoh – ti ćeš poći!
Što ne mogoh – ti ćeš moći
Kud ja nisam – ti ćeš doći!
Što ja počeh – ti produži!

Zmaj Jovan Jovanović

Što ja pogriješih – ti ispravi!